

# 散乱断面積の自動計算システム GRACE

KEK 素粒子原子核研究所

栗原 良将

yoshimasa.kurihara@kek.jp

2002年7月9日

## 1. はじめに

この記事をお読みになっている読者のほとんどは、高エネルギーの実験的研究に携わっている方々と思いますが、学生時代に一度はファインマン・ダイアグラムを描いて散乱断面積の計算をやらされたことがあるのではないのでしょうか。ガンマ行列を右へ、左へと動かして面倒な計算を延々とやらされた挙句、答えがなかなか合わずにいいかげんウンザリとされた経験をお持ちの方も多いでしょう。「こんな計算は人間のやることではない！」と思われたあなた・・・、あなたの考えは正しいです。

本来、ファインマン・ダイアグラムに基づく散乱振幅の計算法は、少なくともツリーレベルと1ループレベルにおいては完全に手法が確立しており、計算のアルゴリズムも明確になっています。このような計算は計算機プログラムに乗せるのに適した分野であるはずですが。従来から、手計算を補うために数式演算システム（古くはREDUCE、最近ではMATHEMATICAやFORMなど）を利用することは広く行われていましたが、補助的な利用に留まっていた。しかし、今から十年ほど前にこれを完全自動化しようとしたグループが世界に二つ現れました。モスクワ大学のCompHEPグループとKEKのGRACEグループです。その後、LEP2実験において必要とされる散乱過程が複雑化し、手計算では手に負えないことがはっきりとするに及んで自動計算の重要性は世界的に認識され、多くの自動計算システムが開発されるに至りました。ここでは、GRACEグループにおける自動計算システムの開発と、それを利用したイベント・ジェネレータの開発について紹介します。

## 2. 研究の経緯

二年前まで、現在のKEKの4号館のすぐ東（研究本館の南側）に「南建屋」と呼ばれるプレハブの建物がありました。今から十年以上前、トリスタン実験を始めるに当たり、実験の解析に必要な輻射補正を含む散乱断面積の計算を行うために、KEKの清水韶光氏を中心として多くの大学

の研究者が集まり、この建物の一室に通称「南建屋グループ」と呼ばれる研究者グループが誕生しました。これが、私達GRACEグループの出発点でした（「南建屋」が無くなった今でも、私達は愛着をもって自分達を「南建屋グループ」と呼んでいます）。このグループのユニークな点は、理論屋（現象論屋）ばかりでなく、実験屋や計算機屋を含む職人集団であるという点にあります。理論屋もいくつかの違った分野の研究をしている人たちの集まりで（同じ理論屋でも「QCD屋」、「電弱屋」、「SUSY屋」ではずいぶんと手法や考え方が違うのです）、皆がそれぞれの問題意識を持ち、それでいて自然と一つの方向に進んでいく、といった自由な雰囲気の中で研究が進められています。

さて、トリスタンの輻射補正の計算を通じて、近い将来には人力を超える巨大計算を遂行しなければならない事態が訪れることを予感した人たちは「自動化することなくして、将来の高エネルギー精密実験に対応することはできない」と強く認識し、自動計算プロジェクトに着手しました。最初は、数式処理を利用した自動化システムを作りましたが、すぐにそれでは不十分であることに気がきました。数式処理では、終状態に多数の粒子が含まれるような複雑な過程では式の長さが膨大なものとなり、計算機で扱える限界をすぐに超えてしまうのです。そこで、ヘリシティ振幅を直接数値化する手法を採用し、この限界を越えることに成功しました（ループレベルの計算では、まだ数式処理が使われていますが）。また、当初心配された、一部の過程に現れるグラフ間の強い相殺による数値的な不安定さも解決されました。GRACE<sup>(1)</sup>の誕生です。以来、十年以上にわたり自動計算システム（GRACEシステム）の開発が続けています。

## 3. GRACEができること

GRACEができることを一言でいうと、「散乱過程を指定すれば、その散乱断面積を計算するために必要なすべてのプログラムが出てくる」ということになります（もちろん、まだまだいろいろな制限はありますが）。現在、GRACE

の扱うことのできる相互作用は電弱相互作用（標準模型）・QCD・最小 SUSY 標準模型と一部の R-parity を破る SUSY 模型となっています。モデルに含まれるすべての粒子と相互作用は「Model File」に書かれています。GRACE の全体的な構造については、図 1 を見てください。ユーザは計算したい散乱過程について、(1) 理論モデルの指定、(2) 始状態の粒子の種類、(3) 終状態の粒子の種類、(4) 反応の次数（相互作用定数の次数）、(5) 位相空間積分を行うための運動学的プログラム (kinematics) の種類の指定をインプット・ファイルに記述します。そして、必要なコマンドを入力することにより、その反応に寄与するすべてのファインマン・ダイアグラムを生成し、また、散乱振幅を計算するための (FORTRAN) プログラムを生成することができます。このとき、計算に必要なプログラムをコンパイルし、実行モジュールを作成するための「make file」も同時に生成されます。生成されたファインマン・ダイアグラムを美しく表示するために「gracefig」というユーティリティも用意されています。(gracefig によるファインマン・ダイアグラムの絵は図 2 を見てください)。散乱振幅は「BASES<sup>(2)</sup>」と呼ばれるモンテカルロ積分ルーチンを用いて数値積分され、その全断面積の大きさと、各種の分布を得ることができます。

散乱振幅は、その散乱過程の性質により、前方散乱のピークや、共鳴状態の生成などさまざまなピークを持っています。この様な一様分布から程遠い被積分関数を能率よく

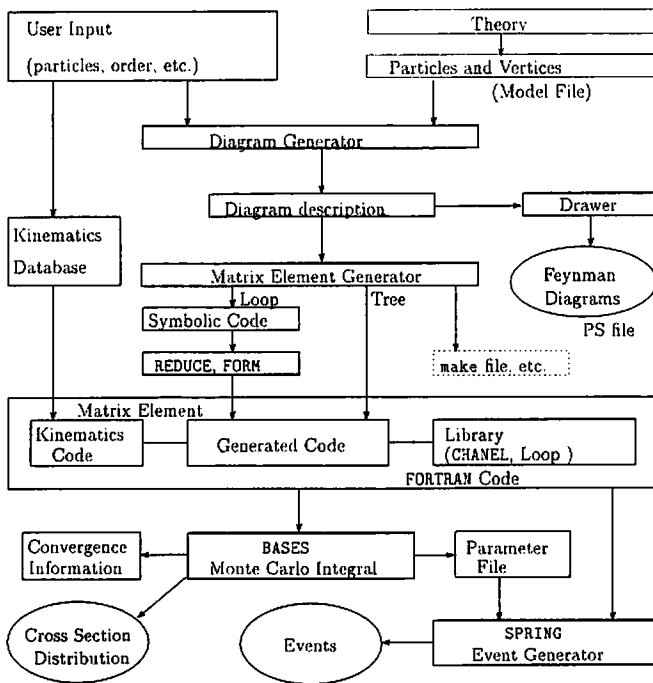


図 1 GRACE system flow

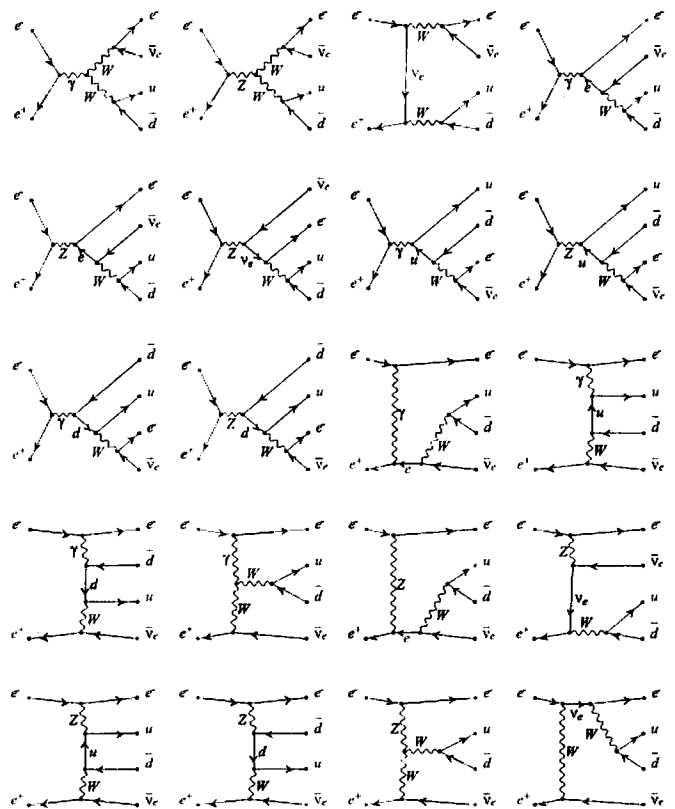
積分するためには、運動学的変数を適切に選び、さらに適当な変数変換を行ってやる必要があります。GRACE ではこのような目的に合うように、いくつかの kinematics プログラムが用意されています。ユーザは正しい kinematics を選ぶ必要がありますが、用意されたルーチンでは不十分な場合には、自分で適当な kinematics ルーチンを書いてやらなければなりません。ツリーレベルの計算では、ここが唯一自動化が完成していない部分です。さて、積分が無事終了した場合には、ユーザは引き続き「SPRING<sup>(2)</sup>」を利用することによって、散乱断面積に従った重み 1 のイベントを生成することができます。ユーザは生成されたイベントを、各自の解析プログラムや測定器シミュレーションプログラムに繋げることで、自由に解析することが可能となるのです。

この様にツリーレベルでは、ほぼ全自動化が終了していますが、1 ループレベルではまだまだエキスパートの手作業に頼る部分が数多く残されています。現在、1 ループの完全自動化に向けて開発を続けています。

GRACE 本体とマニュアルについては

<http://www-sc.kek.jp/minami/>

から入手することができます。



produced by GRACEFIG

図 2 gracefig によるファインマン・ダイアグラム

#### 4. GRACE の子どもたち

この GRACE を使っていままでにさまざまな計算が行われてきました。たとえば、Higgs 粒子・SUSY 粒子の探索やその精密測定の可能性について、従来までは近似計算に頼っていたような部分を、GRACE を使うことによって正確な計算に基づく議論ができるようになりました。また、数多く存在するバックグラウンド過程のすべてについてその影響を正確に評価できるようになり、解析の信頼性が大きく改善された例もあります。また、実際に実験の解析や測定器のアクセプタンスの評価に必要な、イベント・ジェネレータを正確な散乱振幅に基づいて作成することが可能となりました。しかし、GRACE がいかに自動化されたといっても、これを完全に使いこなすには、ある程度の知識と熟練を必要とすることもまた事実です。そのために、実験に必要なイベント・ジェネレータを作成し、パッケージ化して公開する、ということも合わせて行ってきました。ここでは、GRACE の生み出したかわいい子どもたちの幾人かについて説明します。

##### a. grc4f<sup>(3)</sup>

これは、LEP2 実験で必要となるすべての 4 体フェルミオン生成反応（全部で 76 プロセスあります）のイベント・ジェネレータをまとめたもので、私たちが最初にした大規模システムでもあります。これを公開した 1995 年当時は、ヨーロッパにおいて自動計算の重要性がまだ十分に認識されておらず、当初自動計算の信頼性についての誤解から強い反発があったことが思い出されます。

grc4f の特徴としては、(1) LEP2 実験で必要なすべての 4 体フェルミオン生成反応について何の実験的カットなしでも計算することができる、(2) フェルミオンの質量を無視せずに計算している、(陽)電子が超前方に抜ける断面積も正確に計算することができる、(3) QEDPS<sup>(4)</sup> により、横方向運動量分布も含め主要対数項近似 (leading log approximation) の範囲で正しい輻射補正が考慮されている、

(4) SPRING を使うことにより、重み 1 のイベントを生成することができる、(5) 異常ゲージボソン結合 (anomalous gauge coupling) の効果を計算することができる、などの利点があり、LEP2 での実験解析に広く利用されました。現在までに 100 編以上の論文に参照されています。grc4f の特徴を活かしてなされた解析の例として、岡山大学の田中礼三郎氏による単一  $W$  ボソン生成反応の解析を図 3 に示します。これは、上にあげた (2)、(3)、(5) の利点を巧みに生かした解析の例といえます。

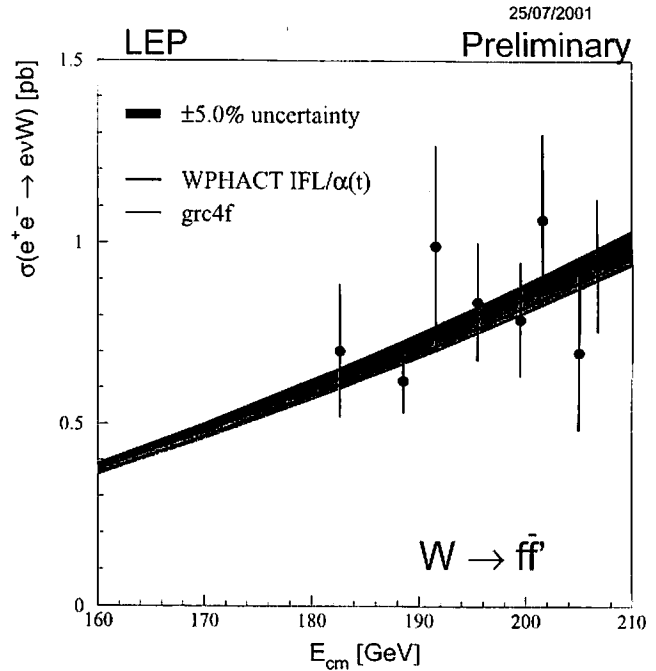


図 3 grc4f による単一  $W$  ボソン生成反応解析の例

ここで、QEDPS について少し説明したいと思います。QEDPS とは、QED (電子と光子からなるシステム) において、パートンシャワー法を利用して輻射補正を計算するプログラムで、山梨大学の宗久知男氏を中心として開発が行われました。パートンシャワー法といえば QCD において開発され、広く利用されていることはご存知の読者も多いでしょう。しかし、この手法が QED に利用され、しかも輻射補正の絶対値を含め各種分布を正確に再現することができることを聞いて、驚かれるかも知れません。この方法は、散乱プロセスのエネルギースケールが分かれば、たとえばバーバー散乱や 2 光子過程といった、電子・陽電子の消滅反応以外にも適用することが可能で、高い信頼性があることが分かってきました。一般に、実験解析に利用するためには、ツリーレベルの計算だけでは不十分で、始状態における輻射補正 (initial state radiative correction) を含めることが不可欠ですが、QEDPS はイベント・ジェネレータにおいて、この上なく強力な武器となるのです。

##### b. GRAPE<sup>(5)</sup>

これは HERA 実験における (陽) 電子・陽子散乱によるレプトンペア生成反応 ( $ep \rightarrow eX\ell^+\ell^-$ ,  $\ell$  は電子、ミュオン、タウ) のイベント・ジェネレータであり、当時東京大学の大学院生で HERA 実験に参加していた阿部哲郎氏を中心に 1998 年ころから開発が行われました。特徴としては、

(1)  $Z$  ボソンの効果も含め、必要なすべてのファインマン・ダイアグラムを考慮している、(2) 陽子を叩く仮想光子の運動量移行により、弾性散乱・準弾性散乱・深非弾性

散乱のすべてのエネルギー領域を含んでいる、(3) 深非弾性散乱の場合、必要なパートンレベルの計算を束ねて陽子が組み立てられている、(4) QCD に関連した部分では、PYTHIA とのインターフェイスが用意されている、などが挙げられます。

当時、このプロセスを計算するプログラムが二種類ありましたが、互いに矛盾する結果を報告していました。どちらも、このプロセスについての完全な計算ではなかったのです。GRAPE は完全な散乱振幅に基づいて計算をおこない、この問題を解決しました。GRAPE によって、初めて  $Z$  ボソンの効果が正確に計算された様子を、図 4 に示します。このプログラムは現在、ZEUS、H1 両実験で利用されています。

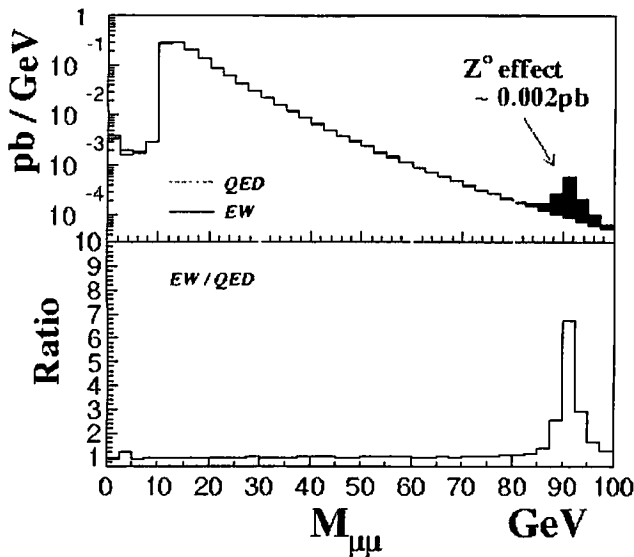


図 4 GRAPE による  $Z$  ボソンの効果の計算の様子

### c. GR@PPA\_4b<sup>(8)</sup>

これは、陽子・(反)陽子衝突によるあらゆる 4 体  $b$  クォーク生成反応を網羅したイベント・ジェネレータであり、現在筑波大学の大学院生で CDF 実験に参加している、津野総司氏を中心に開発が進められています。4 体  $b$  クォーク生成反応は、Higgs 粒子探索において重要なプロセスですが、正確な散乱振幅に基づく計算はありませんでした。PYTHIA では、二つの  $b$  クォーク対のうち、一つを主プロセスとして扱い、二つ目の  $b$  クォーク対については、パートンシャワーの中からグルーオンが  $b$  クォーク対へ変換するのを拾って来るしかありません。この方法では計算時間が大変に掛かる上に、この効果だけでは不十分であることは明らかでした。GR@PPA\_4b は、信号である Higgs 粒子の生成を含むプロセスだけでなく、Higgs 生成を含まないバックグラウンドのプロセスについても、すべて正確な散乱振幅を用いて計算することができます。GR@PPA\_4b によって計算された  $b$  クォーク対の質量分布を図 5 に示します。

システムの面から見ると、GR@PPA\_4b は PYTHIA からは、一種のユーザ・プロセスとして認識されており、改良型 SPRING によって PYTHIA のアルゴリズムのなかで、重み 1 のイベントが生成できるようになっています。これは、今後 GRACE を使って LHC のためのイベント・ジェネレータを開発していく上で、GRACE によるパートンレベルの散乱断面積と PHYSIA とを整合的に繋ぐ方法を確立したという意味があります。

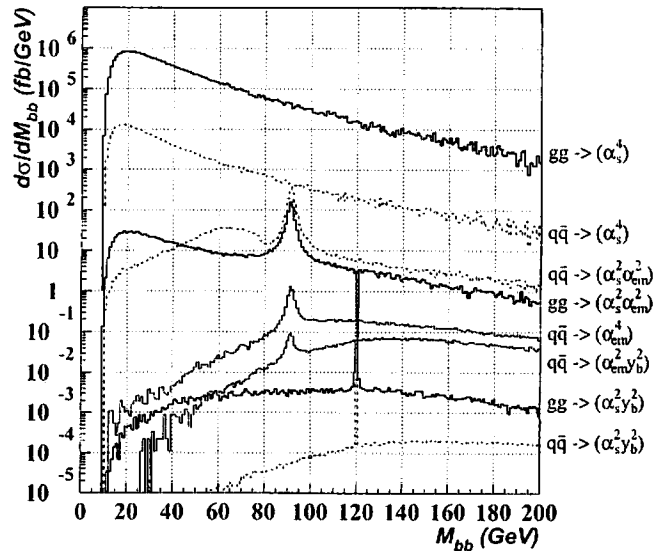


図 5 GR@PPA\_4b の計算による  $b$  クォーク対の質量分布

## 5. 今後の開発の方向

LEP2 実験が終わった現在、リニアコライダの建設に GO サインが出るまでは、エネルギーフロンティアにある実験は Fermilab の TEVATRON であり、近い将来では現在 CERN で建設中の LHC 実験ということになり、ハドロンコライダが主流とならざるを得ないでしょう。そのような状況の元では、ハドロンコライダは発見マシンであると同時に、精密測定のマシンとしての役割も果たすことが期待されます。その目的を達成するためには、QCD の振る舞いをもっとよく理解することが重要となります。そのため、現在正しいと信じられている QCD の摂動計算に基づいた、実験の結果を忠実に再現するようなイベント・ジェネレータを開発する必要があります。

私たちが開発を目指している QCD プロセスのイベント・ジェネレータは、最低次の計算では役に立たないことは明らかです。この様な状況のなか、GRACE としては、QCD の 1 ループレベルの計算を自動化し、これに次主要対数項 (next to leading log) まで含んだ QCD パートンシャワーを整合的に組み合わせることにより、理論的予言能力の高いイベント・ジェネレータを作成することを一つの柱として、システムの開発を進めていきたいと考えています。

また、イベント・ジェネレータへの応用以外の、GRACE 本体としての開発もまだまだ終わったわけではありません。自動計算以前の根本的な問題として、そもそも 2 ループ以上の高次補正に対して計算法が見つけれられるか、という応用数学的な問題を解決しなければならないのです。この問題の詳細に関しては、湯浅氏による解説記事<sup>(7)</sup>をご覧ください。

## 6. おわりに

ここに述べたことは、私たちのグループの研究活動の一部であり、GRACE を利用したイベント・ジェネレータ開発にかかわる部分についてのみ解説しました。GRACE は本来この様な大規模なイベント・ジェネレータを作成して、世界にその存在を問う、というような目的のために開発されたものではありませんでした。しかし、場の量子論に基づく摂動計算をとことん追及するなかで、自動計算という発想を得、世界に先んじてこれを実用化させることにより、複雑なプロセスについて精密計算のできるイベント・ジェネレータの開発が可能となりました。

私自身は、このグループに GRACE の開発の途中から参加し、ただ自分の足元を見つめて歩き続けていたら、いつの間にか高い山の上に立っていた、というような驚きと喜びを味わうことができました。十年前、何も分からなかった私をあたたく見守り、指導してくださった南建屋グループの皆さんに感謝しつつ筆をおきたいと思います。

## 参考文献

- (1) 加藤潔, 金子敏明 日本物理学会誌 第 50 巻 7 号 (1995) 533 ページ.
- (2) S. Kawabata, *Comp. Phys. Commun.* **41** (1986) 127;  
*ibid.*, **88** (1995) 309.
- (3) J. Fujimoto, *et. al.*, *Comp. Phys. Commun.* **100** (1997) 128.
- (4) T. Munehisa, J. Fujimoto, Y. Kurihara, Y. Shimizu, *Prog. Theor. Phys.* **95** (1996) 375.
- (5) T. Abe, *Compt. Phys. Commun.* **136** (2001) 126.
- (6) S. Tsuno, K. Sato, J. Fujimoto, T. Ishikawa, Y. Kurihara, S. Odaka, Y. Takaiwa, hep-ph/0204222
- (7) 湯浅富久子 応用数理 第 10 巻 4 号 (2000) 84 ページ.