Measurement of CP -Violating Asymmetries in the Flavor-Changing Neutral Current Decays of the B Meson *

Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire (LAL-Orsay)
中浜　優
nakahama@lal.in2p3.fr

平成 22 年 3 月 30 日

1　はじめに

b クォークが c クォークに崩壊する荷電カレント崩壊における CP 非対称性の発見によって実証された [1, 2] 3 世代間のクォーク混合を記述する小林益川行列のように、クォークセクターの CP 非対称性は、21 世紀最初の主要な物理成果である。しかし、宇宙における物質と反物質の非対称性を説明するためには、標準理論の枠組みでの CP 非対称性だけでは不十分である。よって、標準理論を超える新しい物理における CP 非対称性の発見は、現在の最も重要な課題の一つである。

B 中間子の崩壊は、標準理論の枠組みにおいては崩壊分岐比が小さい。それゆえ、現段階では発見されてないので微小と考えられており、標準理論を超える新しい物理からの寄与をプローブするのに一般に適している。特に、図 1 に示す中性カレントループ崩壊 $b \to sg$、$b \to dg$ (g はグルーオン) は、標準理論の枠組みでは崩壊分岐比が $\mathcal{O}(10^{-5} \sim 10^{-7})$ と非常に抑制されており、さらに中間状態のループ遷移内に不確定原理により非常に重い粒子が現れうるので、超対称性粒子のような標準理論の枠組みを超えた重い粒子の微小な寄与に非常に敏感である。そして、その新しい物理の重い粒子が持つ結合定数の CP 位相が標準理論の CP 位相と異なれば、CP 非対称性の測定値が標準理論における CP 非対称性の予想値と異なると期待される [3, 4]。本研究ではこの点に着目し、KEKB e^+e^- コライダー [5] および Belle 検出器 [6] で生成および収集された $B\bar{B}$ 中間子対 6.57×10^8 個を含む積分ルミノシティー 605 fb^{-1} に相当するデータを用いて、中性カレント崩壊 $b \to sg$ および $b \to dg$ における CP 非対称性の測定を行った。

$b \to sg$ 崩壊では、図 1 左に示す $b \to sg \to s\bar{s}s$ 遷移を伴う $B^0 \to \phi K^0_S$ 崩壊を調べることによって CP 非対称性を測定することができる。$B^0 \to \phi K^0_S$ 崩壊を用いる利点は、標準理論における CP 非対称性の予想値に対する不定性が極めて小さく、また実験的にも事象抽出が比較的容易なことである。このため、本崩壊は $b \to sg$ 崩壊での "golden mode" として CP 非対称度測定が最も期待されており、Belle 実験では以前から本崩壊における CP 非対称性測定が行われてきた [7]。従来の方法では ϕ 中間子の質量近傍の K^+K^- 対の不変質量を持つ $B^0 \to \phi K^0_S$ 候補を選別したのち、CP 非対称性を測定していたが、この方法では同じ $K^0_S K^+K^-$ 終状態を持ちながら CP 固有値が異なる崩壊[1]との間の干渉の影響が不定なので、系統誤差の導出において問題となっていた。本研究では、これらの干渉を正しく取り扱うために、従来の B^0 $\overline{B^0}$ の時間依存性に加え、新たに運動学的な量 (ダリツ分布) を組み合わせた "時間依存したダリツ分布解析" を $B^0 \to K^0_S K^+K^-$ 崩壊に対して Belle 実験で初めて適用した。そして、各中間状態間の干渉を決定しつつ $B^0 \to \phi K^0_S$ 崩壊の CP 非対称性を決定することに成功した。

他方、$b \to dg$ 崩壊は $b \to sg$ 崩壊よりも崩壊分岐比が一桁小さく、新しい物理の寄与との干渉に一層敏感である。さらに $b \to sg$ 崩壊とは異なる CP 位相を持つので、別の角度から相補的で独立な研究を行うことが可能である 。しかしながら、物理的研究意義の大きさにもかかわらず、$b \to dg$ 崩壊の崩壊分岐比の小ささゆえに、これまでのデータ量では未知の研究分野であった。本研究では $b \to dg$ 崩壊での "golden mode" である $B^0 \to K^0_S K^0_S$ 崩壊 (図 1 右に示す $b \to dg \to d\bar{s}s$ 遷移を伴う崩壊) に着目した。統計誤差を削減する感度の高い事象再構成方法の開発を行うことにより、事象再構成効率を 40% 増大させた。そして、$b \to dg$ 崩壊における CP 非対称性を測定することに Belle 実験で初めて成功した [9]。

*第 11 回 (2009 年度) 高エネルギー物理学奨励賞受賞論文の解説

[1] 例えば、$B^0 \to f^0 K^0_S$ 崩壊 (CP 固有値が+1) や $B^0 \to K^0_S K^+K^-$ 崩壊 (3 体なので一般には CP 固有状態ではないが、$B^+ \to K^+K^0_S K^0_S$ 崩壊との比較により CP 固有値が+1 の成分が優勢であることがわかっている。Belle 実験の結果では (93±9(stat.)±5(syst.))% と推定されている [8]。) が挙げられる。

本解説では、まず $B^0 \to K^0_S K^0_S$ 崩壊における時間依存の CP 非対称性測定について紹介する。次に時間依存したダリツ分布解析に焦点を当てながら $B^0 \to \phi K^0_S$ 崩壊における解析についても紹介する。

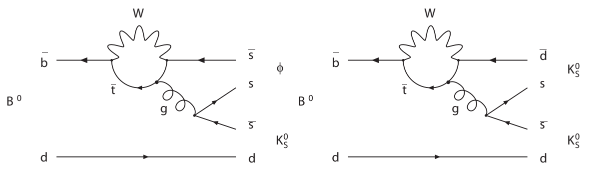

図 1: 中性カレント崩壊 $b \to sg$、$b \to dg$ のファインマンダイアグラム。例として、左図に $B^0 \to \phi K^0_S$ 崩壊 ($b \to sg \to s\bar{s}s$ 遷移) の場合を、右図に $B^0 \to K^0_S K^0_S$ 崩壊 ($b \to dg \to d\bar{s}s$ 遷移) の場合を示す。

2 $B^0 \to K^0_S K^0_S$ 崩壊

2.1 信号事象の確率分布の定式化

本研究では、$\Upsilon(4S) \to B^0\overline{B^0} \to (K^0_S K^0_S) f_{\rm tag}$ 崩壊過程に着目する。ここで、$f_{\rm tag}$ は崩壊した元の B 中間子が B^0 か $\overline{B^0}$ かを区別できるような終状態 (フレーバー固有状態) である。この過程における崩壊確率は以下のような時間依存性をもつ:

$$
\begin{aligned}
|A(\Delta t)|^2 &= \frac{e^{-|\Delta t|/\tau_{B^0}}}{4\tau_{B^0}}\Big[1 \\
&\quad +q_{\rm tag}\mathcal{A}_{K^0_S K^0_S}\cos(\Delta m_d \Delta t) \\
&\quad +q_{\rm tag}\mathcal{S}_{K^0_S K^0_S}\sin(\Delta m_d \Delta t)\Big].
\end{aligned} \tag{1}
$$

ここで、Δt は一方の B 中間子が作られてから $K^0_S K^0_S$ に崩壊するまで時間ともう一方の B 中間子が作られてから $f_{\rm tag}$ に崩壊するまでの時間の差である。$q_{\rm tag}$ は $f_{\rm tag}$ が $B^0(\overline{B^0})$ 固有状態の場合に $q_{\rm tag} = +1(-1)$、τ_{B^0} は B^0 の寿命、Δm_d は 2 つの B_d 質量固有状態の質量差である。$\mathcal{A}_{K^0_S K^0_S}$ と $\mathcal{S}_{K^0_S K^0_S}$ が CP 非対称性をあらわし、$\mathcal{A}_{K^0_S K^0_S}$ は B^0 と $\overline{B^0}$ の崩壊振幅の違いによる直接的な CP 非対称性に対応し、$\mathcal{S}_{K^0_S K^0_S}$ は $B^0\overline{B^0}$ 混合による時間に依存した CP 非対称性に対応する。

なお、KEKB では e^+ のビームと逆向きに定義された z 軸の向きにローレンツブーストファクター $\beta\gamma = 0.425$ で $\Upsilon(4S)$ が生成される。さらに $B^0\overline{B^0}$ 対は $\Upsilon(4S)$ 重心系でほとんど静止した状態で生成されるため、崩壊時間差 Δt は崩壊点の距離の差 Δz から $\Delta t \simeq \Delta z / c\beta\gamma$ で決定できる。

2.2 $B^0 \to K^0_S K^0_S$ 崩壊事象の再構成と抽出

$K^0_S \to \pi^+\pi^-$ 候補は正負の電荷を持つ荷電粒子対で再構成した。荷電粒子対の不変質量と PDG [10] の K^0_S の質量値との差が 3σ 以内のものを K^0_S 候補とする。さらに $c\tau = 2.68$ cm に相当する寿命を持つ K^0_S からの生成物なので、両方の荷電粒子の impact parameter が大きいことを要請した。

2 個の K^0_S を組み合わせることにより再構成した $B^0 \to K^0_S K^0_S$ 候補から、ビームエネルギー制約質量 $M_{\rm bc} \equiv \sqrt{(E^{\rm CMS}_{\rm beam})^2 - (p^{\rm CMS}_B)^2}$ とエネルギー差 $\Delta E \equiv E^{\rm CMS}_B - E^{\rm CMS}_{\rm beam}$ という、B 中間子に関係する 2 つの運動学的物理量を使って B 中間子を選別した。ここで $E^{\rm CMS}_{\rm beam}$ は重心系ビームエネルギー、$E^{\rm CMS}_B$ と $p^{\rm CMS}_B$ はそれぞれ再構成された B 中間子候補の重心系エネルギーと運動量である。B 中間子候補のうち、フィット領域として定義する -0.2 GeV $< \Delta E < 0.2$ GeV および 5.2 GeV$/c^2 < M_{\rm bc} < 5.3$ GeV$/c^2$ を満たすものを選別した。また後述の CP 非対称性測定に用いる信号領域は -0.1 GeV $< \Delta E < 0.1$ GeV および 5.27 GeV$/c^2 < M_{\rm bc} < 5.30$ GeV$/c^2$ と定義した。

$B^0 \to K^0_S K^0_S$ 崩壊は崩壊分岐比が非常に小さいので、continuum バックグラウンドとよばれる $e^+e^- \to q\bar{q}$ ($q = u$、d、s、c) がほぼ支配的である。B 中間子対と continuum を識別するには粒子が放射される形状 (事象形状) に着目する。なぜなら、continuum バックグラウンドは $\Upsilon(4S)$ の重心系ではジェットのような形状をしており、他方、B 中間子対は等方的に粒子が分布する球状のような事象が多いからである。事象形状をそれぞれ likelihood $\mathcal{L}$ を用いて定量化し、比 $\mathcal{R} = \frac{\mathcal{L}_{\rm sig}}{\mathcal{L}_{\rm sig} + \mathcal{L}_{q\bar{q}}}$ に対してカット $\mathcal{R} > 0.25$ を課すことで、信号を 89% 保持したまま continuum バックグラウンドを 71 %削減できた。さらに、比 $\mathcal{R}$ は B 中間子対と continuum バックグラウンドを分離する強力な識別量なので、後述の信号抽出にも利用する。前回の Belle 実験で行われた $B^0 \to K^0_S K^0_S$ 崩壊分岐比測定と比較して、識別情報を増やしつつ信号再構成効率を 40% 増やすことに成功した。

$f_{\rm tag}$ 側の B 中間子の b フレーバーは、$B^0 \to K^0_S K^0_S$ を再構成する際に使われなかった粒子が持つ電荷などの情報を包括的に用いて決定した。モンテカルロシミュレーション (MC) で事前に作成した多次元の likelihood の値を参照し、前述の b フレーバー $q_{\rm tag}$ と r を得る [11]。ここで r はフレーバー決定が間違える割合に関連した量で、0 (フレーバーが全く決定できなかった場合) から 1 (フレーバーが完璧に決定できた場合) の範囲をとる。r の値に応じて事象を 7 つに分類した。各分類の事象においてフレーバーの決定を間違える割合は、MC 由来の r では

なく、高統計の $b \to c$ 崩壊のコントロールサンプルデータ ($B \to D^* \ell \nu$、 $B \to D^* \pi$) を用いて較正した [11, 12]。

$B^0 \to K_S^0 K_S^0$ 崩壊事象における主要なバックグラウンド事象も continuum である。$b \to s$ 崩壊由来の、信号と似たピークを作るバックグラウンドは存在しない。B 中間子由来の $B\overline{B}$ バックグラウンドの寄与を大量の GEANT ベースの MC サンプルで調べたところ、信号事象に対して無視できるほど微量 (1% 以下) であった。そこで、データのフィットでは信号と continuum バックグランドの 2 成分を扱い、$B\overline{B}$ バックグランドの影響は系統誤差として見積もった。

選別された事象から信号を抽出するための likelihood を以下のように定義した:

$$\mathcal{L}(N_{\rm tot}, N_{\rm sig}) = \frac{e^{-N_{\rm tot}}}{N!} \prod_i [N_{\rm sig} \cdot \mathcal{P}_{{\rm sig},i}(\Delta E, M_{\rm bc}, \mathcal{R}) \quad (2)$$
$$+(N_{\rm tot} - N_{\rm sig}) \cdot \mathcal{P}_{q\overline{q},i}(\Delta E, M_{\rm bc}, \mathcal{R})].$$

ここで $N_{\rm tot}$ と $N_{\rm sig}$ は、全事象数と信号事象数、N はフィットに用いる候補の事象数であり、$\mathcal{P}_{{\rm sig},i}$ と $\mathcal{P}_{q\overline{q},i}$ は信号とバックグラウンドの i 番目の事象の probability density function (PDF) である。選別された 476 事象の $B^0 \to K_S^0 K_S^0$ 崩壊候補の ΔE、$M_{\rm bc}$、$\mathcal{R}$ 分布に対して、$\mathcal{L}$ を最大にするように 3 次元の extended unbinned maximum likelihood (UML) フィットを行い、58 ± 11 事象の信号を抽出した。フィット結果として、ΔE、 $M_{\rm bc}$、$\mathcal{R}$ の分布を図 2 に示す。なお、後述の CP 非対称性測定で用いられる事象ごとの信号確率はこの信号抽出のフィット結果を元に計算する。

2.3 CP 非対称性測定

2.3.1 B 中間子の崩壊点の再構成

$K_S^0 K_S^0$ に崩壊する B 中間子の崩壊点の再構成は、$B^0 \to J/\psi K_S^0$ 崩壊などの場合と違い特別な工夫が必要である。なぜなら K_S^0 の持つ $c\tau = 2.68$ cm に相当する寿命のため B 中間子からの直接の荷電粒子がないので、K_S^0 の崩壊点をビーム軸方向に内挿する必要があるからである。まず崩壊点検出器に十分なヒット数がある $\pi^+\pi^-$ 対を要請した。$K_S^0 \to \pi^+\pi^-$ の運動量ベクトルと、B^0 の崩壊点領域の情報 ($\sigma_x \sim 100\mu$m と $\sigma_y \sim 5\mu$m の広がりを持ち z 軸方向に無限に伸びた筒) を用いて、K_S^0 の崩壊点を内挿するとともに B 中間子の崩壊点を再構成した [13]。B 中間子の崩壊点の決定精度は、2 個の K_S^0 を使った場合で 105 μm、1 個の K_S^0 を使った場合で 172 μm と見積もられ、$f_{\rm tag}$ 側の B 中間子の崩壊点再構成の場合と同程度であった。一方、$f_{\rm tag}$ 側の B 中間子の崩壊点は、精度よく再構成された荷電粒子のうち $B^0 \to K_S^0 K_S^0$ 崩壊に対応しないものを用いて決定した [12]。

2.3.2 フィット関数

B^0、$\overline{B^0}$ の Δt 分布に対して UML フィットを行い CP 非対称性パラメータ $\mathcal{A}_{K_S^0 K_S^0}$ と $\mathcal{S}_{K_S^0 K_S^0}$ を決定した。信号成分の Δt の PDF($P_{K_S^0 K_S^0}(\mathcal{A}_{K_S^0 K_S^0}, \mathcal{S}_{K_S^0 K_S^0})$) は、式 (2) で表される Δt 分布にシリコン崩壊点検出器の測定精度、フレーバー同定の不完全性などの影響を考慮して構築されている [12]。バックグラウンドの Δt の PDF($P_{q\overline{q}}$) は、$\Delta E - M_{\rm bc}$ サイドバンド領域を使って求めた。事象ごとの信号確率 $f_{K_S^0 K_S^0}$ は、ΔE、$M_{\rm bc}$、$\mathcal{R}$ の関数であり、前述の信号抽出フィットで求めた結果を元に計算した。i 番

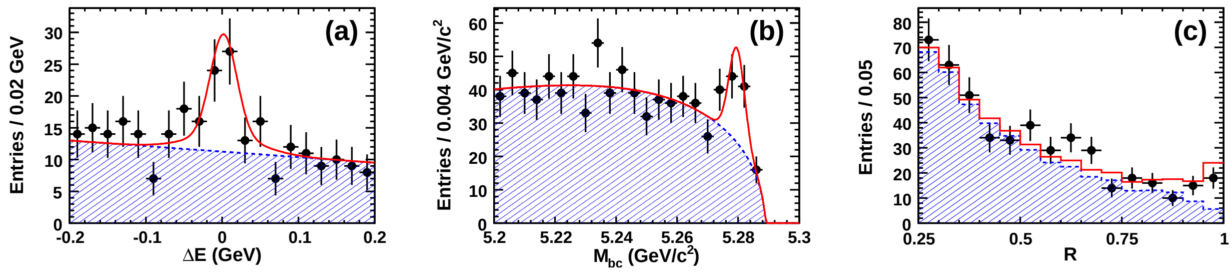

図 2: $B^0 \to K_S^0 K_S^0$ 崩壊候補の (a) ΔE、 (b) $M_{\rm bc}$、 (c) $\mathcal{R}$ の分布。$\Delta E(M_{\rm bc})$ では $M_{\rm bc}(\Delta E)$ の信号領域と $\mathcal{R} > 0.6$、$\mathcal{R}$ では、ΔE と $M_{\rm bc}$ の信号領域の事象を表示した。エラー付きの点がデータで、実線はフィット結果で、網掛け領域は continuum バックグラウンド成分である。

目の事象の PDF P_i は、以下のように形成した。

$$P_i(\Delta t, q_{\rm tag}) = f_{i,K^0_SK^0_S} \cdot P_{i,K^0_SK^0_S}(\mathcal{A}_{K^0_SK^0_S}, \mathcal{S}_{K^0_SK^0_S}) + (1 - f_{i,K^0_SK^0_S}) \cdot P_{i,q\bar{q}} \ . \quad (3)$$

2.3.3 フィット結果

476 事象の $B^0 \to K^0_SK^0_S$ 崩壊候補に対して全事象に対しての PDF の積で定義される likelihood $\mathcal{L} = \prod_i P_i$ を最大にすることによって、$\mathcal{A}_{K^0_SK^0_S}$ および $\mathcal{S}_{K^0_SK^0_S}$ を最適化した結果、

$$\mathcal{A}_{K^0_SK^0_S} = -0.38 \pm 0.38\ ({\rm stat}) \pm 0.05\ ({\rm syst}), \quad (4)$$
$$\mathcal{S}_{K^0_SK^0_S} = -0.38^{+0.69}_{-0.77}\ ({\rm stat}) \pm 0.09\ ({\rm syst}), \quad (5)$$

を得た。ここで最初のエラーは統計誤差である。また後述する系統誤差を 2 番目にあわせて記載した。図 3 に崩壊時間分布の非対称度を示す。

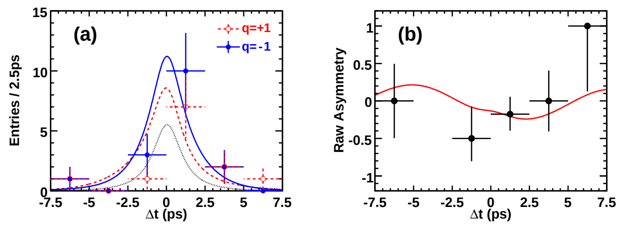

図 3: $B^0 \to K^0_SK^0_S$ 候補における、(a) B^0 と $\overline{B^0}$ の Δt 分布、および (b) Δt 分布の非対称度。図示には、フレーバー決定の不定性が小さい事象を選んだ。(a) では、 実線と破線は、それぞれ $q_{\rm tag} = \pm 1$ のフィット結果であり、点線は、それぞれ $q_{\rm tag} = +1$ (-1) のバックグラウンド成分のフィット結果である。(b) では、実線はフィット結果である。

2.3.4 解析手法の検証

以下のチェックを行い解析手法の妥当性を示した:

- 信号再構成・抽出方法の妥当性:
  $B^0 \to K^0\bar{K}^0$ の崩壊分岐比が (1.1±0.2(stat))×10^{-6} と計算され、PDG の値と正しく一致した。

- K^0_S と IP 領域を用いた B 崩壊点位置再構成法および崩壊点検出器の測定精度の考慮の妥当性:
  $B^0 \to J/\psi K^0_S$ 崩壊の J/ψ を用いずに K^0_S のみで B 中間子崩壊点を再構成して、CP 非対称性測定を行った結果は、$S_{J/\psi K^0_S}$=0.68±0.06(stat) となり、J/ψ を用いた場合と一致した。

- Continuum バックグランドの CP 非対称性の非存在:
  $\Delta E - M_{\rm bc}$ サイドバンド領域の CP 非対称性を測定した結果 0 と無矛盾であった。

- フィットバイアスの非存在:
  GEANT ベースのシグナル MC を様々なインプット値で生成し、それぞれのデータサンプルに対してフィットを行った結果、どの場合でもインプット値とフィット値が一致した。PDF に従った擬実験データを 1000 実験分生成して各実験データに対しフィットを行った結果、インプット値とフィット値およびそのフィット誤差の関係が正常であることを確認した。なお見積もられた微小なフィットバイアスは系統誤差として考慮する。

- 高統計のコントロールサンプルデータを用いた解析手法全体の妥当性:
  CP 非対称性がないと期待されるコントロールサンプル $B^+ \to K^0_S\pi^+$ [2]に同じ解析手法を適用したところ、1993 ± 53 個の信号が抽出され、また $\mathcal{S}_{K^0_S\pi^+} = -0.13 \pm 0.13({\rm stat})$ と $\mathcal{S}_{K^0_S\pi^+}$ の値は 0 と無矛盾であった。

- 崩壊時間差 Δt の分布と Δt の測定精度の較正の妥当性:
  $B^0 \to K^0_SK^0_S$ データサンプルを使った B^0 の寿命の測定結果は PDG の値と一致した。

2.3.5 系統誤差

系統誤差は、要因となるパラメータを不定性の分だけ動かして $\mathcal{A}_{K^0_SK^0_S}$ と $\mathcal{S}_{K^0_SK^0_S}$ のフィットを繰り返し、結果の変化量を見ることで求めた。主な系統誤差の要因は、Δt 測定精度の較正 ($\mathcal{S}_{K^0_SK^0_S}$ に対して ±0.06、$\mathcal{A}_{K^0_SK^0_S}$ に対して 0.01) と信号確率 $f_{K^0_SK^0_S}$($\mathcal{S}_{K^0_SK^0_S}$ に対して ±0.04、$\mathcal{A}_{K^0_SK^0_S}$ に対して ±0.03) とバックグラウンドの影響つまり PDF$P_{q\bar{q}}(\Delta t)$ や $B\overline{B}$ バックグラウンドにおける CP 非対称性 ($\mathcal{S}_{K^0_SK^0_S}$ に対して ±0.04、$\mathcal{A}_{K^0_SK^0_S}$ に対して ±0.02) であった。その他系統誤差の要因には、フレーバー決定の不完全性 (± 0.02、±0.01)、フィットバイアス (±0.02、±0.01)、B^0 および m_d の不確定性 (±0.01、±0.01)、B 中間子の崩壊点再構成時の荷電粒子にかけた選別条件など (±0.01、±0.02)、$f_{\rm tag}$ 側の CP 非対称性 [14] (<0.01、±0.03) が存在した。これらをすべて自乗和で足し、全体の系統誤差を、$\mathcal{S}_{K^0_SK^0_S}$ に対して ±0.09、$\mathcal{A}_{K^0_SK^0_S}$ に対して ±0.05 と見積もった。

[2]以下、明記しない限り荷電共役の崩壊過程も含むことにする。

3 $B^0 \to \phi K^0_S$ 崩壊

本研究では、$K^0_S K^+ K^-$ 終状態への B 中間子の崩壊を再構成し、従来の時間依存性の情報だけでなくダリツ分布の情報も用いる (time-dependent Dalitz plot fit) ことにより、中間状態間の干渉の不定性なく、$B^0 \to \phi K^0_S$ 崩壊における CP 非対称性を測定した。

以下では $B^0 \to K^0_S K^0_S$ 崩壊の CP 非対称性測定から拡張する部分に限定して解説する。

3.1 信号事象の確率分布の定式化

$\Upsilon(4S) \to B^0\overline{B^0} \to (K^0_S K^+ K^-) f_{\rm tag}$ 崩壊過程における時間とダリツ分布 (s^+, s^-) に依存した崩壊確率は、

$$
\begin{aligned}
|A(\Delta t, s^+, s^-)|^2 \quad = \quad & \frac{e^{-|\Delta t|/\tau_{B^0}}}{4\tau_{B^0}} \Big[(|A|^2 + |\bar{A}|^2) \\
& -q_{\rm tag}(|A|^2 - |\bar{A}|^2)\cos(\Delta m_d \Delta t) \\
& +2q_{\rm tag}{\rm Im}(\bar{A}A^*)\sin(\Delta m_d \Delta t)\Big]
\end{aligned} \qquad (6)
$$

によって与えられる。ここで、$B^0\overline{B^0}$ 混合における CP 非対称性はない ($|q/p| = 1$) と仮定する。ダリツ変数 $(s^\pm, s^0)$ は、$(K^\pm, K^0_S)$ の 4 元運動量 $(p_{K^\pm}, p_{K^0_S})$ を用いて、$s^\pm = (p_{K^\pm} + p_{K^0_S})^2$ と $s^0 = (p_{K^+} + p_{K^-})^2$ とそれぞれ定義される。$B^0(\overline{B^0}) \to K^0_S K^+ K^-$ の全崩壊振幅 A は、isobar 近似 [15] を用いれば、以下のようにその終状態を持つ各崩壊過程 j の崩壊振幅の和で表される:

$$
A(s^+, s^-) = \sum_j a'_j F_j(s^+, s^-), \qquad (7)
$$

$$
\bar{A}(s^-, s^+) = \sum_j \bar{a}'_j \bar{F}_j(s^-, s^+). \qquad (8)
$$

ここで、複素パラメータ $a'_j \equiv a_j e^{ib_j}$ は、崩壊過程間の相対的な振幅の大きさと位相を表し CP 非対称性の情報を含んでいる。ダリツ平面上の形状 $F_j(s^+, s^-)$ は、強い相互作用の運動学的な情報を表すので、$F_j(s^+, s^-) = \bar{F}_j(s^-, s^+)$ という関係が成り立っている。本研究で $B^0 \to K^0_S K^+ K^-$ ダリツモデル内に含まれている崩壊過程は $B^0 \to \phi K^0_S$、$B^0 \to f_0 K^0_S$、$B^0 \to f_X K^0_S$、$B^0 \to \chi_{c0} K^0_S$、および (K^+K^-、$K^+K^0_S$、$K^-K^0_S$) 対に対応する 3 種類の $B^0 \to K^0_S K^+ K^-$ 非共鳴状態の全 7 種類である。形状 $F_j(s^+, s^-)$ は、K^+K^- 対のヘリシティー角分布と、K 中間子対の不変質量に関する質量形状の分布 [3] との積で表されるので、図 4 に示されている通り、不変質量 $M_{K^+K^-}$ では区別できない崩壊過程もダリツ平面上では区別できることがわかる。特に、$B^0 \to \phi K^0_S$、$B^0 \to f_0 K^0_S$ と $B^0 \to K^0_S K^+ K^-$ 非共鳴状態の分離に注目されたい。また幅の広い共鳴状態 f_0、f_X は非共鳴状態と大きく重なるので、十分に干渉しうることがわかる。

[3] 例えば、ϕ には Relativistic Breit-Wigner 関数、f_0 には Flatté 関数 [16] を用いる。

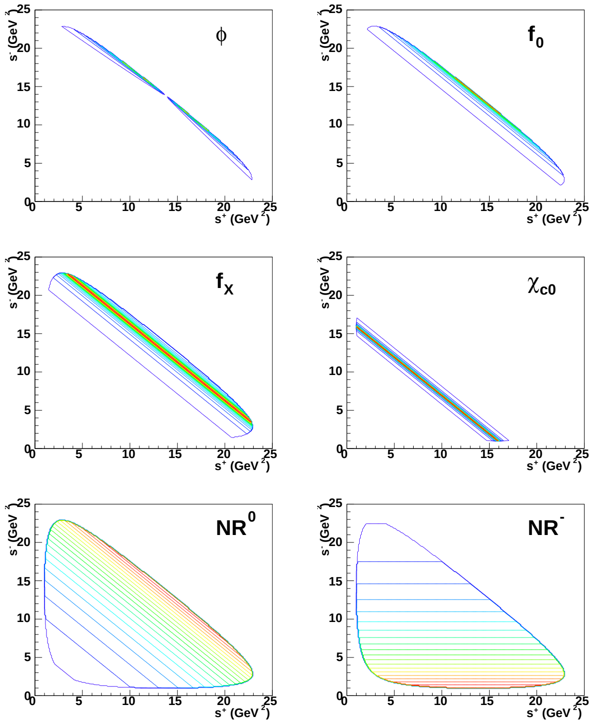

図 4: $B^0 \to K^0_S K^+ K^-$ ダリツモデルに含まれているそれぞれの崩壊過程 j の形状 $|F_j(s^+, s^-)|$ 分布。例として、左上から右下まで順番に、$B^0 \to \phi K^0_S$、$B^0 \to f_0 K^0_S$、$B^0 \to f_X K^0_S$、$B^0 \to \chi_{c0} K^0_S$、$B^0 \to (K^+K^-)K^0_S$ 非共鳴状態、および $B^0 \to (K^-K^0_S)K^+$ 非共鳴状態の場合を示す。

次に式 (7)、(8) から CP 非対称性を導出する。q/p の $B^0\overline{B^0}$ 位相が $\overline{B^0}$ の崩壊振幅 $\bar{a}'_j$ に吸収される慣習を採用すると、A に対応する a'_j、$\bar{A}$ に対応する $\bar{a}'_j$ は、それぞれ以下のように崩壊振幅の大きさと位相に分離する形で 4 個の実パラメータを用いてまとめて再定義できる。

$$
a'_j \equiv a_j(1 + c_j)e^{i(b_j + d_j)}、\ \bar{a}'_j \equiv a_j(1 - c_j)e^{i(b_j - d_j)} \quad (9)
$$

ここで、(a_j, b_j) はダリツ平面における (振幅, 位相)、(c_j, d_j) は (振幅, 位相) の CP 非対称性に、それぞれ関連している。各崩壊過程 j における直接的 CP 非対称性は、

$$
\mathcal{A}_{CP}(j) \equiv \frac{|\bar{a}'_j|^2 - |a'_j|^2}{|\bar{a}'_j|^2 + |a'_j|^2} = \frac{-2c_j}{1 + c_j^2}, \qquad (10)
$$

となる。ここで、c_j は -1 から $+1$ の範囲をとる。次に、

CP 固有状態では CP 位相は、

$$\phi_1^{\rm eff}(j) \equiv \frac{\arg(a'_j \bar{a}'^*_j)}{2} = d_j, \tag{11}$$

と計算できる。ここで、$\phi_1^{\rm eff}(j)$ は実効的な ϕ_1 であり、標準理論からの予想値である $b \to c\bar{c}s$ 崩壊の場合の CP 位相に相当する CKM 角 $\phi_1 \equiv \arg(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*})$ とは区別している。また、CP 位相が直接求まるので、従来の擬 2 体解析での CP 非対称性の測定量 $\sin 2\phi_1^{\rm eff}$ で生じる two-fold ambiguity (例えば、$\phi_1^{\rm eff}$=21 or 69 度) を解決することができることに注意されたい。さらに、$B^0\overline{B^0}$ 混合に起因する実効的な CP 非対称性は、

$$-\eta_j \mathcal{S}_{CP}^{\rm eff}(j) \equiv \frac{-2{\rm Im}(\bar{a}'_j a'^*_j)}{|a'_j|^2 + |\bar{a}'_j|^2} = \frac{1-c_j^2}{1+c_j^2}\sin 2\phi_1^{\rm eff}(j), \tag{12}$$

と計算できる。ここで、η_j は各崩壊過程 j の CP 固有値である。このように計算された $\mathcal{A}_{CP}(j)$ と $\mathcal{S}_{CP}^{\rm eff}(j)$ は、定義として physical region 内の値をとる。

時間とダリツ分布に依存するフィットにおいて、式 (9) の通り、各崩壊過程 j の振幅を記述する実パラメータは a_j、b_j、c_j、d_j の計 4 個ある。全部で 7 種類の崩壊過程のうち、$B^0 \to f_{\rm X} K_S^0$ 崩壊と $B^0 \to K_S^0 K^+ K^-$ 非共鳴状態は共通の CP 非対称性を採用する。$B^0 \to \chi_{c0} K_S^0$ 崩壊の CP 非対称性は、$b \to c\bar{c}s$ 崩壊における PDG の値で固定する。さらに、ダリツ平面において、各崩壊の相対的な大きさと位相にのみ感度があるので、$B^0 \to (K^+K^-)K_S^0$ 非共鳴状態に関して $a_{(K^+K^-)NR} = 60$、$b_{(K^+K^-)NR} = 0$ と固定する。以上により、フィットで決めるべきパラメータ数は $2 \times 3 + 2 \times (7-1) = 18$ となった。

3.2　$B^0 \to K_S^0 K^+ K^-$ 崩壊事象の再構成と抽出

まず、IP 領域付近を通る正負の荷電粒子対を選別した。各検出器の応答から求めた粒子識別情報を基に、荷電 K 中間子と同定され電子と同定されなかったものを荷電 K 中間子として選択した。選択した K^+、K^-、K_S^0 から B 中間子を再構成し、ΔE と $M_{\rm bc}$ を使って B 中間子を同定した。$B^0 \to K_S^0 K_S^0$ 崩壊の場合と同様に continuum バックグラウンドを抑制した。主要な $B\overline{B}$ バックグラウンドは、$b \to c$ 崩壊で同じ $K_S^0 K^+ K^-$ 終状態を持つ崩壊 (例えば $B^0 \to D^-[K_S^0 K^-]K^+$、$B^0 \to J/\psi K_S^0$) で、これらは $\Delta E - M_{\rm bc}$ 信号領域にピークを持つ。これらのバックグラウンドを抑制するため、$K_S^0 K^-$ 対または K^+K^- 対の不変質量がそれぞれ D^-または J/ψ の PDG の質量値と 2.5σ 以内で一致するときは事象を除去した。本研究では、信号、continuum バックグラウンド、ピークを持つバックグラウンドを抑制した後の $B\overline{B}$ バックグラウンドの 3 成分を扱った。

荷電 K 中間子と IP 領域の位置情報を使って $B^0 \to K_S^0 K^+ K^-$ の B 中間子の崩壊点を再構成した。また、$B^0 \to K_S^0 K^+ K^-$ 崩壊の再構成に使われていない荷電粒子情報を使って $f_{\rm tag}$ 側の B 中間子の崩壊点の再構成とフレーバーの決定を行った。

選別された 2333 事象の $B^0 \to K_S^0 K^+ K^-$ 崩壊候補の ΔE、$M_{\rm bc}$ 分布に対して、フレーバー決定の性能ごとに 2 次元の extended UML フィットを行い、1176 ± 51 事象の信号を抽出した。フィット結果として、ΔE、 $M_{\rm bc}$ の分布を、図 5 に示す。信号領域内において、信号の割合は 50%、continuum バックグラウンドの割合は 49%、$B\overline{B}$ バックグラウンドの割合は 1% と計算された。

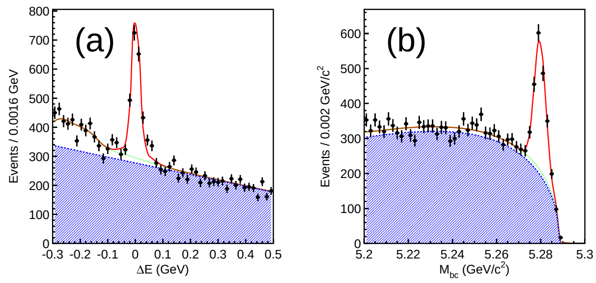

図 5: (a) ΔE、 (b) $M_{\rm bc}$ のフィット結果。ΔE は $M_{\rm bc}$ の信号領域、$M_{\rm bc}$ は ΔE の信号領域を示している。エラー付きの点がデータで、実線はフィット結果で、網掛け領域は continuum バックグラウンド成分、点線が全バックグラウンド成分の和である。

3.3　時間依存性とダリツ分布を用いた $B^0 \to K_S^0 K^+ K^-$ 崩壊の CP 非対称性の測定

$B^0\overline{B^0}$ の Δt 分布とダリツ変数 s^+、s^- の分布に対して UML フィットを行い、各崩壊過程 j のダリツ振幅の大きさ · 位相差、CP 非対称性を表す 18 パラメータを同時に決定する。

3.3.1　フィット関数

PDF は、ダリツ分布に関して以外は $B^0 \to K_S^0 K_S^0$ の場合と同様の導出である。ダリツ分布に関しては、信号成分の PDF($P_{\rm sig}$) は、式 (7) に対し、ダリツ平面上の場所ごとの検出効率の違いの影響を考慮している。バック

グラウンドの PDF は、continuum 成分は $\Delta E - M_{\rm bc}$ サイドバンド領域から決定し、$B\overline{B}$ 成分は GEANT ベースの大量の MC から作成した 2 次元の binned histogram をそのまま用いた。詳細な PDF は [17] を参照されたい。事象ごとの信号確率 $f_{\rm sig}$ と continuum バックグラウンドの確率 $f_{q\bar{q}}$ は、前述の信号抽出フィットで求めた結果を元に計算した。各事象 i の PDF(P_i) を以下のように形成した。

$$\begin{aligned} P_i(\Delta t, q_{\rm tag}, s^+, s^-) &= f_{\rm sig} P_{i,{\rm sig}}(a,b,c,d) \\ &+ f_{q\bar{q}} P_{i,q\bar{q}} \\ &+ (1 - f_{\rm sig} - f_{q\bar{q}}) P_{i,B\overline{B}} \end{aligned} \tag{13}$$

これを元に likelihood$\mathcal{L} = \prod_i (P_i)$ を定義し、UML フィットで 18 パラメータを最適化した。

ここで、本研究の技術的工夫について述べる。信号の PDF をダリツ平面上で規格化する時に、崩壊幅の狭い ϕ 中間子のダリツ分布を十分に表すほどビン幅の狭い、2000×2000 刻みで数値積分をする必要があった。フィットが収束するまでの最適化の繰り返し数は 2000 回程度なので、1 回のフィットの規格化のためだけに $\mathcal{O}(10^{10})$ 回の計算が必要であった。そこで、計算回数の削減のため、各崩壊過程のダリツ平面上の形状 $F_j(s^+, s^-)$ 内のパラメータがフリーパラメータでない場合のダリツ解析の規格化を解析的に行う手法を開発した。フィット開始時に一度だけ各崩壊の形状 $F_j(s^+, s^-)$ の規格化と崩壊間の干渉項を数値計算すると、最適化の繰り返しの時にはフリーパラメータに関する係数と前以って計算しておいた値を 1 回線形計算するだけで数値積分ができ、結果的に計算量を 1/1000 に減らすことに成功した。有限な CPU パワーでも大量の擬実験を使った解析手法の妥当性のチェックなどを実行することができた。

3.3.2　フィット結果

信号領域内の全 2333 事象に対して、UML フィットを行った結果、CP 非対称性の測定結果は共通だが、非共鳴状態との干渉の効果のために $B^0 \to f_0 K^0_S$ と $B^0 \to f_{\rm X} K^0_S$ の振幅の測定結果が全く違う解が 3σ の範囲内に 4 組求まった。

外部情報を使って解の選別を行った。詳しくは、参考文献 [17] を参照されたい。$B^0 \to K^0_S \pi^+\pi^-$ 崩壊の実験結果と 本解析の $B^0 \to K^0_S K^+K^-$ 崩壊の実験結果と f_0 と $f_{\rm X}$ が $\pi^+\pi^-$ と K^+K^- 両方に崩壊する性質を組み合わせて

$$f_{f_0 \to \pi^+\pi^-} = \frac{\mathcal{B}(f_0 \to \pi^+\pi^-)}{\mathcal{B}(f_0 \to \pi^+\pi^-) + \mathcal{B}(f_0 \to K^+K^-)}, \tag{14}$$

を計算し、BES 実験で測定された PDG の値と比較すると、$B^0 \to f_0 K^0_S$ の振幅が小さい解が好まれる。$f_{\rm X}$ を $f_0(1500)$ と仮定し、同様に、

$$\frac{\mathcal{B}(f_0(1500) \to \pi^+\pi^-)}{\mathcal{B}(f_0(1500) \to K^+K^-)}, \tag{15}$$

を計算し PDG の値と比較すると、$B^0 \to f_{\rm X} K^0_S$ の振幅が小さい解が好まれる。以上により、$B^0 \to f_0 K^0_S$ と $B^0 \to f_{\rm X} K^0_S$ の振幅が共に小さい解を最適解とし、以下の議論で用いる。

図 6 に最適解の $B^0 \to K^0_S K^+K^-$ 候補の K 中間子対の不変質量 $M(K^0_S K^+)$、$M(K^0_S K^-)$ と $M(K^+K^-)$ の分布を示す。図 7 に $B^0 \to K^0_S K^+K^-$ 候補のうち、$M_{K^+K^-}$ が ϕ 中間子の PDG の質量値近傍 ($|M_{K^+K^-} - M_\phi| < 0.01{\rm GeV}/c^2$) の事象における、崩壊時間分布の非対称度を示す。

さらに、最適解のフィット結果を式 (10)、(11)、(12) のそれぞれに代入すると、$B^0 \to \phi K^0_S$ 崩壊における以下の

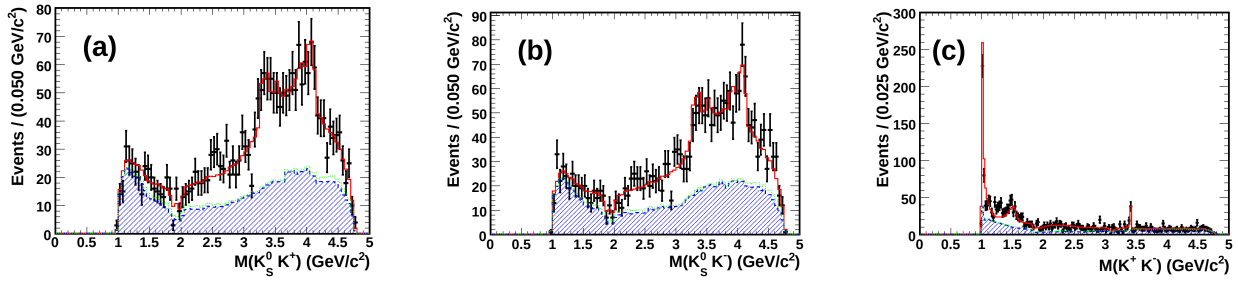

図 6: $B^0 \to K^0_S K^+K^-$ 候補の (a) $M(K^0_S K^+)$、 (b) $M(K^0_S K^-)$、と (c) $M(K^+K^-)$ の分布。実線はフィット結果、網掛け領域は continuum バックグラウンド成分、点線は全バックグラウンド成分の和である。

CP 非対称性が計算できる。

$$\mathcal{A}_{CP}(\phi K_S^0) = +0.04 \pm 0.20 \pm 0.10 \pm 0.02, \quad (16)$$

$$\phi_1^{\rm eff}(\phi K_S^0) = (32.0^{+8.8}_{-8.3} \pm 1.8 \pm 0.8)^\circ, \quad (17)$$

$$\mathcal{S}_{CP}^{\rm eff}(\phi K_S^0) = +0.89^{+0.10}_{-0.16}\ . \quad (18)$$

ここで $\mathcal{A}_{CP}(\phi K_S^0)$ と $\phi_1^{\rm eff}(\phi K_S^0)$ の最初の誤差は統計誤差、2 番目の誤差は系統誤差、3 番目の誤差は $B^0 \to K_S^0 K^+ K^-$ ダリツモデルの記述の不定性による系統誤差を示す。$\mathcal{S}_{CP}^{\rm eff}(\phi K_S^0)$ の誤差は、$\mathcal{A}_{CP}$ を固定したときの $\mathcal{S}_{CP}^{\rm eff}$ の $-2\log\mathcal{L}$ の変化に基づいて求めたものなので、統計誤差、系統誤差、$B^0 \to K_S^0 K^+ K^-$ ダリツモデルの記述の不定性による誤差を包含している。

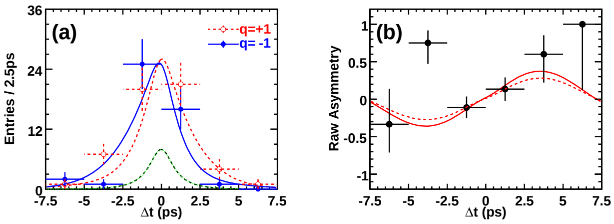

図 7: $B^0 \to K_S^0 K^+ K^-$ 候補のうち、K^+K^- 系の不変質量が ϕ 中間子の質量値近傍 ($|M_{K^+K^-} - M_\phi| < 0.01 {\rm GeV}/c^2$) の事象における、(a) B^0 と $\overline{B^0}$ の Δt 分布、および (b) Δt 分布の非対称度。図示には、フレーバー決定の不定性が小さい事象を選んだ。(a) では、 実線と破線はそれぞれ $q_{\rm tag} = \pm 1$ のフィット結果であり、点線はそれぞれ $q_{\rm tag}$ $= +1$ (-1) のバックグラウンド成分のフィット結果である。(b) では、実線はフィット結果であり、破線は標準理論からの予想値、$b \to c\bar{c}s$ 崩壊の場合である。

3.3.3　系統誤差

$B^0 \to \phi K_S^0$ 崩壊の、$B^0 \to K_S^0 K_S^0$ 崩壊の場合との系統誤差の違いは、ダリツ分布に由来する部分である。最大の系統誤差は $B^0 \to K_S^0 K^+ K^-$ ダリツモデルの記述の不定性の寄与であり、その他の系統誤差とはわけてまとめた。もともとの $B^0 \to K_S^0 K^+ K^-$ ダリツモデルに含まれている崩壊過程のダリツ平面上の形状の variation の影響は、経験的なものを採用した非共鳴状態のダリツ平面上の形状の variation、f_0 の形状を記述する Flatté 関数のモデル変数の variation を考慮してフィットを繰り返した際の結果のずれとして、見積もった。また、可能性のある共鳴状態 $f_2(1270)$ の影響は、これを追加した $B^0 \to K_S^0 K^+ K^-$ ダリツモデルを構築してフィットを繰り返すことで見積もり、系統誤差に含めた。

バックグラウンド成分のダリツ分布の PDF 作成などのヒストグラムの使用による系統誤差は、それぞれのヒストグラムを作るために用いた元のサンプルの統計的なふらつきを生成した擬実験を 100 実験分生成し、フィットを繰り返し、結果の変化量を系統誤差に入れた。

$\phi_1^{\rm eff}$ および $\mathcal{S}_{CP}^{\rm eff}(\phi K_S^0)$ のその他の系統誤差は主に B 中間子の崩壊点の再構成、フィットバイアス、バックグラウンド PDF、時間差 Δt の測定誤差から寄与している。$\mathcal{A}_{CP}$ の系統誤差は主に B 中間子の崩壊点の再構成と $f_{\rm tag}$ 側の CP 非対称性から寄与している。

4　新しい物理への制限の可能性と今後の展望

まず $B^0 \to \phi K_S^0$ 崩壊のモデルに依存しない場合を考える。図 8 は、新しい物理の振幅と標準理論の振幅の比を 0.2、 0.4、 0.6、 0.8 に仮定したときの、新しい物理の CP 位相の値と $B^0 \to \phi K_S^0$ 崩壊の $\mathcal{S}_{CP}$ の予想値の相関である。オレンジ色の領域が本測定の 1σ 以内で好まれる領域で、灰色の領域は本測定で 5σ で却された領域である。ここで、新しい物理と標準理論上の強い相互作用による位相の違いは無視できるほど小さいと仮定している。この議論による新しい物理の CP 位相への制限は、LHC によって新しい物理の寄与の大きさがわかれば可能である。

次に、図 9 に MSSM with LR mass insertion と MSSM with R-parity R mass violation [4] における $\mathcal{A}_{K_S^0 K_S^0}$ と $\mathcal{S}_{K_S^0 K_S^0}$ の相関を示す。本研究の $\mathcal{A}_{K_S^0 K_S^0}$ と $\mathcal{S}_{K_S^0 K_S^0}$ の測定値の 1σ 以内で定義した制限は、大きな統計誤差 (それぞれ $\Delta\mathcal{A}_{K_S^0 K_S^0} \simeq 0.4$、$\Delta\mathcal{S}_{K_S^0 K_S^0} \simeq 0.7$) が理由でまだ十分ではないが、新しい物理に明確な制限を与えるには、現在の測定値を中心値と仮定すると $\Delta\mathcal{S}_{K_S^0 K_S^0} \sim 0.1$ で 50 ab^{-1} の統計量が必要である。

どの程度統計量がたまった際に、本研究が有為に新しい物理を検出しうるかを調べるため、測定誤差の予想値を積分ルミノシティーの関数で見積もった。5 ab^{-1} までは理論の不定性の誤差 ($\mathcal{S}_{\phi K_S^0}$、$\mathcal{S}_{\phi K_S^0}$ ともに $\mathcal{O}(0.1)$) より測定誤差が支配的である。積分ルミノシティーが 5 ab^{-1} ならば、 $\mathcal{S}_{\phi K_S^0}$ と $\mathcal{S}_{K_S^0 K_S^0}$ の誤差が、それぞれ 0.12 と 0.3 となり、新しい物理が $\mathcal{S}$ に大きな影響 ($\mathcal{O}(0.3)$) を与えるならば、検出には十分な精度である。さらに、積分ルミノシティーが 50 ab^{-1} ならば、 $\mathcal{S}_{\phi K_S^0}$ と $\mathcal{S}_{K_S^0 K_S^0}$ の誤差は、それぞれ 0.05 と 0.1 となり、現在の理論の不定性の誤差と同じ程度になる。一方で、現在の理論の不定性は、いまだ測定されていない崩壊の情報の欠如による。例えば

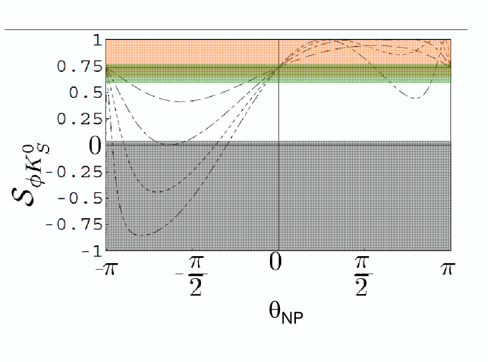

図 8: 新しい物理の CP 位相 (θ_{NP}) と $B^0 \to \phi K_S^0$ 崩壊の CP 非対称度 $\mathcal{S}_{CP}$ の測定値の相関。新しい物理と標準理論の振幅の比は、それぞれ以下の値に仮定されている。: 0.2 (破線)、 0.4 (破点線)、 0.6 (点線)、 0.8 (破 2 重点線). 緑色の領域は $c\bar{c}s$ 崩壊の $\mathcal{S}_{CP}$ の測定値から求めた標準理論の予想値である。オレンジ色 (灰色) の領域は今回の $B^0 \to \phi K_S^0$ 崩壊の CP 非対称度 $\mathcal{S}_{CP}$ の測定から好まれる (排除される) 領域である。

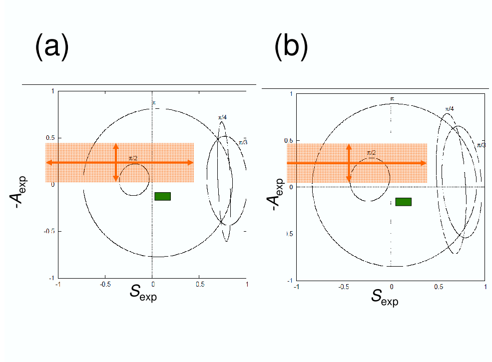

図 9: $B^0 \to K_S^0 K_S^0$ 崩壊への新しい物理からの寄与を仮定する $\mathcal{A}_{CP}$ と $\mathcal{S}_{CP}$ の 2 次元プロット。(a) は MSSM with LR insertion、(b) は MSSM with R-parity R mass violation の場合を示す。緑色の領域が標準理論からの予想値、オレンジ色の領域が今回の測定値からの制限である。

$B^0 \to \phi K_S^0$ 崩壊の CP 非対称性の予想値は、$B^0 \to \phi\pi^0$ や $B^0 \to \bar{K}^{*0} K^0$ 崩壊などの $b \to d$ 遷移の崩壊分岐比の上限値によっている。将来的により高統計のデータを用いると、これらの上限値ははっきりするものになるので、理論の不定性も改善されると見込まれる。それゆえに、この方法は $\mathcal{O}(\mathrm{ab}^{-1})$ 程度の積分ルミノシティーにおいて強力な新しい物理の探索方法になりえる。2009 年に本格的に衝突を開始した LHC 実験において超対称性粒子が発見されれば、そのフレーバー構造の理解に対して重要な役割を果たし、LHC 実験の結果で得られる超対称性粒子の質量などの性質とあわせて、新しい物理の発展に貢献すると期待される。

5 まとめ

今後も継続すると予想される "B 中間子の中性カレント崩壊における CP 非対称測定をプローブとした標準理論を超える物理の探索手法 " を完成させ、Belle 実験のデータを用いて可能性を実証した。中性カレント崩壊は崩壊分岐比が小さいため、現統計量では事象数が少なく、理論の予想値と比べて測定結果の統計誤差はいまだ大きいので、現時点では現実の一致もしくは不一致を決定するまでには至っていない。しかしながら、今後統計誤差が小さくなるに従い新しい物理による現象を探ることができると期待される。

謝辞

本研究は、Belle 実験グループの全面的サポートの上に成り立っています。KEKB 加速器グループの努力によって得られた非常に大きなルミノシティーを基にして得た結果です。また、共同研究者である KEK 住澤一高氏には多大かつ貴重な助言や議論を頂きました。この場を借りて皆さまに謝意を表します。

最後に、博士論文を指導してくださった相原博昭先生に深く感謝致します。

参考文献

[1] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett, **87**, 091801 (2001).

[2] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], Phys. Rev. Lett, **87**, 091801 (2001).

[3] Y. Grossman and M. P. Worah, Phys. Lett. B **395**, 241 (1997); D. London and A. Soni, Phys. Lett. B **407**, 61 (1997); T. Moroi, Phys. Lett. B **493**, 366 (2000); D. Chang, A. Masiero and H. Murayama, Phys. Rev. D **67**, 075013 (2003); S. Baek, T. Goto, Y. Okada and K. Okumura, Phys. Rev. D **64**, 095001 (2001).

[4] R. Fleischer, Phys. Lett. B **341**, 205 (1994); A. K. Giri and R. Mohanta, J. High Energy Phys. **11**, 084 (2004).

[5] S. Kurokawa and E. Kikutani, Nucl. Instr. and Meth. **A499**, 1 (2003).

[6] A. Abashian *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A479**, 117 (2002).

[7] K.-F. Chen *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett **98**, 031802 (2007).

[8] A. Garmash *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. D **69**, 012001 (2004).

[9] Y. Nakahama *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. **100**, 121601 (2008).

[10] W.-M. Yao *et al.*, J. Phys. **G** 33, 1 (2006).

[11] H. Kakuno *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A533**, 516 (2004).

[12] H. Tajima *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A533,** 370 (2004).

[13] K. Sumisawa *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. **95**, 061801 (2005).

[14] O. Long *et al.*, Phys. Rev. D **68**, 034010 (2003).

[15] Wayne J. Holman, Phys. Rev. **138**, 5B, 1286-1303 (1965).

[16] M. Ablikim *et al.* [BES Collaboration], Phys. Lett. B **607**, 243 (2005).

[17] Y. Nakahama, Ph.D. thesis, `http://belle.kek.jp/belle/theses/doctor/2009/Nakahama.pdf`, (2009).