

■ 研究紹介

EDM 理論の最近の進展

University of Minnesota

江間陽平

ema00001@umn.edu

2023 年 (令和 5 年) 8 月 1 日

1 導入

1.1 EDM

電気双極子 (EDM) および磁気双極子 (MDM) は、非相対論的なハミルトニアンで

$$\mathcal{H} = -\mu \vec{B} \cdot \frac{\vec{S}}{S} - d \vec{E} \cdot \frac{\vec{S}}{S} \quad (1)$$

と表される。ここで \vec{E} は電場、 \vec{B} は磁場、 \vec{S} は粒子のスピンであり、 μ が MDM を、 d が EDM をそれぞれ表す。EDM の最も重要な性質は、図 1 に示すように空間および時間反転対称性 P, T を破ることである。¹ CPT 定理により T の破れは CP の破れと等価であるため、EDM は P および CP を破る物理に感度を持つ。また、EDM は Kaon 崩壊の CP の破れなどとは異なり単一粒子の CP の破れの性質であるため、フレーバー対角な CP の破れなどと呼ばれる。ここで一つ注意しておくが、古典的には荷電粒子が複数存在すれば P, T の破れがなくても EDM が生まれる。しかし量子論的にはこれらの荷電粒子の配位は重ね合わせられる。特に角運動量/スピンの固有状態を考えると、P, T の破れがない限り EDM は平均化されて必ずゼロとなる。

EDM に対応する演算子は場の理論では

$$\mathcal{L} = -\frac{id}{2} \bar{\psi} F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 \psi \quad (2)$$

と書ける。ここで $F_{\mu\nu}$ は電磁場の強さ、 $\sigma_{\mu\nu} = i[\gamma_\mu, \gamma_\nu]/2$ である。EDM は次元 5 の演算子だが、右巻きと左巻きの異なるカイラリティのフェルミオン場からなる演算子である。標準模型 (SM) ではゲージ対称性より、右巻きと左巻きのフェルミオンは必ず Higgs 場を通じてのみ結合する。そのため SM 粒子の EDM 演算子には必ず Higgs 真空期待値 v_{EW} の挿入が必要となり、新物理のスケール Λ に

¹多少細かい注釈だが、もし MDM が存在しなければスピン演算子に対して異なる P, T の変換性を付与することで P, T を保つことができる。もちろん実際にはスピンと電磁場との結合は主に MDM によるものなのでこれは不可能だが、この意味で MDM と EDM が存在して初めて P, T が破れる。

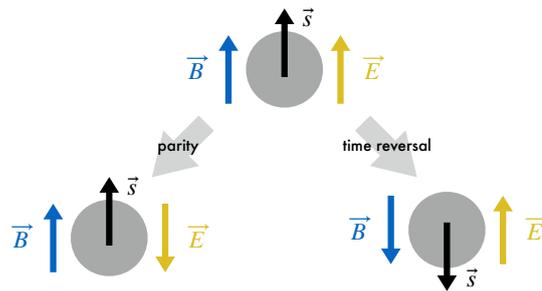


図 1: 電磁場およびスピンの P, T に対する変換性。

対して EDM は $d \propto 1/\Lambda^2$ と振る舞う。つまり実質的には次元 6 の演算子となる。たとえば電子 EDM に対する実験的制限は $|d_e| < 4.1 \times 10^{-30} e \text{ cm}$ [1] であるが、カイラリティ交換が電子質量からなるとして $d_e/e = m_e/\Lambda^2$ と仮定すると、この制限は $\Lambda > 2 \times 10^6 \text{ GeV}$ と翻訳できる。より劇的に $d_e/e = v_{EW}/\Lambda^2$ とすると $\Lambda > 10^9 \text{ GeV}$ となる。これらは LHC が測定するよりもはるかに高いエネルギースケールであり、このことから EDM が CP を破る新物理に対して非常に高い感度を持つことが見てとれる。

1.2 宇宙のバリオン非対称性と CP の破れ

本稿では EDM の理論について解説していくが、その前に EDM (というより CP を破る新物理) を考える動機として、宇宙のバリオン非対称性に触れておく。観測によりわれわれの宇宙には、バリオンが反バリオンに比べて熱的に期待されるよりも非常に多く存在することがわかっている (バリオンフォトン比 $\eta_B \sim 10^{-10}$)。この状況の実現には、Sakharov の 3 条件と呼ばれる (1) バリオン数の破れ、(2) C および CP の破れ、(3) 熱平衡からの逸脱、の 3 つの条件を満たす必要があることが知られている。2 つ目の条件が CP の破れを要求するが、以下に説明するように SM の CP の破れは (摂動論の範囲内では) 宇宙のバリオン非対称性を説明するのに不十分であるため、これが CP を破る新物理を示唆する強い

観測的事実となる。

4章でも重要になるので、ここで SM の CP の破れについて復習しておく。SM の CP の破れは (strong CP 角 $\bar{\theta}$ を除いて) Cabibbo-小林-益川 (CKM) 行列の位相からくる。CKM 行列を含む弱い相互作用は

$$\mathcal{L} = \frac{g}{2\sqrt{2}} V_{ij} W_{\mu}^{+} \bar{u}_i \gamma^{\mu} (1 - \gamma_5) d_j + (\text{h.c.}) \quad (3)$$

と表される。ここで g は SU(2) ゲージ結合定数、 W は W-ボソン、 u/d はアップタイプ/ダウンタイプクォーク、 V_{ij} は CKM 行列であり i, j は世代を表す。CP の破れは CKM 行列の物理的な複素位相に由来する。世代数を N とすると、CKM 行列はユニタリ行列なので $N(N+1)/2$ の位相をもつ。このうちクォークの位相を回す自由度からバリオン数を引いたもの $2N-1$ が非物理的な位相の数である。したがって CKM 行列の物理的な位相の数は

$$\frac{1}{2}(N-1)(N-2) \quad (4)$$

となり、 $N=3$ で初めて一つの物理的位相を持つことがわかる。これは、SM で CP の破れの効果を拾うためには三世代全ての寄与を拾う必要があることを意味する。

もし u_i 同士や d_i 同士の湯川結合が等しい場合にはそれらの間でさらに回転を行う自由度が生まれる。U(2) は U(1) \times U(1) に比べて位相自由度を一つ多く持ったため、この場合、物理的位相はなくなる。これは SM の CP の破れは常に湯川結合の差を伴うことを意味し、湯川結合を摂動的に扱えるエネルギースケールでは CP の破れの大きさは常に

$$\prod_{i>j} [(y_{u_i}^2 - y_{u_j}^2) \times (y_{d_i}^2 - y_{d_j}^2)] \times \mathcal{J} \sim 10^{-22} \quad (5)$$

以下となる。ここで $\mathcal{J} = \text{Im}[V_{ts}^* V_{td} V_{us}^* V_{ud}] \simeq 3 \times 10^{-5}$ は (reduced) Jarlskog 不変量と呼ばれる、CKM 行列の物理的な位相に対応する量である。上の値は $\eta_B \sim 10^{-10}$ に比べて非常に小さいため、この意味で SM の CP の破れは (摂動論の範囲内では) 宇宙のバリオン非対称性を説明するのに不十分である。² また、より一般に暗黒物質や階層性問題など新物理を考える動機は他にもあるが、SM 自身が CKM 位相によって CP を破っているため、新物理も CP を破ることを期待するのは自然であろう。これらが EDM を測定する主な動機である。

1.3 本稿の流れ

ここで本稿の流れを説明しておく。まず2章と3章で EDM の理論と実験の基礎をそれぞれ概観する。こ

²ここで摂動論を強調するのは、低エネルギーでは湯川結合が分母に入ることもあるため、低エネルギーでの CP の破れは必ずしも上の量に比例しないからである。実際にこのことを利用して、CKM 位相のみからバリオン非対称性を説明する試みも存在する (たとえば最近だと mesogenesis [2] など)。

ここでは特に EDM に慣れていない読者を想定して、基本的な部分から説明する。4章と5章が本稿の本題であり、筆者の最近の研究に基づいて4章では常磁性原子/分子 EDM に対する SM からの寄与を、5章ではミューオン EDM に対する原子/分子 EDM 実験からの間接的制限をそれぞれ議論する。筆者の研究以外にも最近の進展は勿論あるため、本来は本稿のタイトルは“EDM 理論における最近の筆者の研究の進展”とでもすべきだろうが、これだとタイトルとしてなんだか収まりが悪いので、そこは勝手にご容赦いただけるものとする。そのお詫びがわりに6章で本稿では触れなかったトピックを列挙して本稿を締めることにする。

2 原子 EDM 理論の基礎

この章では原子 EDM 理論の基礎を概説する。まず遮蔽定理について説明したあと、それを破る効果として有限サイズ補正および相対論的補正について説明する。

2.1 遮蔽定理

原子 EDM 理論の最も重要な事実は、“非相対論的な点粒子の EDM は原子内では遮蔽され、原子 EDM に寄与しない”ことであろう。以下この遮蔽定理を簡単に導出する。まず原子のハミルトニアンとして

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_N + \mathcal{H}_e + \left(1 + \sum_k \frac{\vec{d}_k}{e_k} \cdot \vec{\nabla}_k\right) \tilde{\mathcal{H}} \quad (6)$$

を考える。ここで \mathcal{H}_N は原子核、 \mathcal{H}_e は電子のハミルトニアンをそれぞれ記述し、 $\tilde{\mathcal{H}}$ がそれらの間の相互作用を記述する。指標 k は構成粒子全てを走るものとし、構成粒子 k は電荷 e_k 、EDM \vec{d}_k を持つものとする。たとえば通常のエレクトロ弱相互作用の場合、トータルのクーロンポテンシャルを Φ 、外部電場を \vec{E}_{ext} として $\tilde{\mathcal{H}} = \Phi - \sum_k e_k \vec{r}_k \cdot \vec{E}_{\text{ext}}$ と書ける。まず外部電場が存在しない状況を考え、EDM が存在しない場合の基底状態を $|0\rangle$ 、存在する場合の基底状態を $|\Psi\rangle$ とそれぞれ表す。すると量子力学の摂動論より EDM の一次の範囲で

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &\simeq |0\rangle - \sum_{n \neq 0} \frac{\langle n | \sum_k \vec{d}_k / e_k \cdot \vec{\nabla}_k \tilde{\mathcal{H}} |_{E_{\text{ext}}=0} |0\rangle}{E_0 - E_n} |n\rangle \\ &= |0\rangle + \sum_{n \neq 0} \frac{i}{E_0 - E_n} |n\rangle \langle n | \sum_k \frac{\vec{d}_k}{e_k} \cdot [\vec{p}_k, \mathcal{H}_0] |0\rangle \\ &= \left(1 + \sum_k \frac{i}{e_k} \vec{d}_k \cdot \vec{p}_k\right) |0\rangle \end{aligned} \quad (7)$$

と書ける。ここで $\mathcal{H}_0 \equiv \mathcal{H}_N + \mathcal{H}_e + \tilde{\mathcal{H}}|_{E_{\text{ext}}=0}$ と定義し、さらに $\vec{\nabla}_k \mathcal{H}_0 = \vec{\nabla}_k \tilde{\mathcal{H}}|_{E_{\text{ext}}=0}$ を仮定した。EDM は

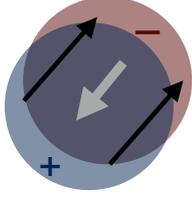


図 2: 遮蔽定理の概念図。EDM によって電荷分布に偏りが生じ、それが外部電場を遮蔽する。

(E_{ext} が弱い範囲での) E_{ext} に対する一次の応答で与えられるが、上の計算より

$$\begin{aligned} \langle \Psi | (\mathcal{H} - \mathcal{H}_0) | \Psi \rangle &= \langle \Psi | \left(1 + \sum_k \frac{\vec{d}_k}{e_k} \cdot \vec{\nabla}_k \right) \Delta \tilde{\mathcal{H}} | \Psi \rangle \\ &= \sum_k \langle 0 | \frac{\vec{d}_k}{e_k} \cdot \left(\vec{\nabla}_k \Delta \tilde{\mathcal{H}} - i[\vec{p}_k, \Delta \tilde{\mathcal{H}}] \right) | 0 \rangle = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

を得る。ここで $\Delta \tilde{\mathcal{H}} = \tilde{\mathcal{H}} - \tilde{\mathcal{H}}|_{E_{\text{ext}}=0}$ と定義した。これは冒頭で述べたように、構成粒子の EDM が原子の EDM を生まないことを意味している。上の計算を直観的に説明すると、そもそも EDM が存在する場合式 (7) のように原子内の電荷分布自体が歪む。これが外部電場を遮蔽することで原子 EDM はゼロとなる。この意味で上の定理は遮蔽定理などと呼ばれる。³ これを表すものとしてよく描かれるのが図 2 のような絵である。ここでの証明は通常の議論を多少一般化しており、式 (6) の形のみに基づくため、この証明自体はクーロンポテンシャルに量子補正などを含めた非線型な場合にも成り立つ。

上の証明は、原子 EDM には構成粒子の EDM が E_{ext} に直接結合する寄与の他に、EDM によって原子波動関数のミキシング ($|\Psi\rangle$ のうちの d_k に比例する項) が起こり、これによって $\langle \Psi | \sum_k e_k \vec{r}_k | \Psi \rangle$ が期待値を持つことで EDM を生む寄与の存在を意味している。非相対論的粒子の EDM ではこれら 2 つの寄与が打ち消しあう、というのが遮蔽定理の主張である。ここで重要なのが、原子波動関数のミキシングは EDM 以外の CP-odd 演算子によっても起こる、という点である。つまり、構成粒子の EDM ではない、4-fermi 相互作用などの CP-odd 演算子も波動関数のミキシングを通じて原子 EDM に寄与する。以下では遮蔽定理の破れとして有限サイズ補正および相対論的補正を議論するが、そのいずれも主にこの 2 つ目の効果を通じて原子 EDM に寄与する。

2.2 有限サイズ補正

上の議論では原子核も点粒子だとした。しかし実際には原子核は有限のサイズを持つため、この有限サイズ補

³ よく Schiff の遮蔽定理と呼ばれるが、遮蔽自体は Schiff の論文 [3] 以前にすでに知られており、[3] はむしろ遮蔽定理がどのような条件下で破れるのかについて議論している。

正によって核子 EDM d_N は原子 EDM d_A を生む。この補正は主に 3.2 節で述べる反磁性原子で重要となる。有限サイズの補正は量子力学の摂動の言葉で

$$\vec{d}_A = \sum_{n \neq 0} \frac{\langle 0_e | e \sum_{i=1}^Z \vec{r}_i | n_e \rangle \langle n_e | \mathcal{H}_{\text{int}} | 0_e \rangle}{E_0 - E_n} + (\text{h.c.}) \quad (9)$$

と書け、 i はそれぞれの電子を表す。ここで

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = \int d^3x \left(\frac{\vec{d}_N(\vec{r})}{e} - \rho_q(\vec{r}) \frac{\langle \vec{d}_N \rangle}{e} \right) \cdot \vec{\nabla}_e \frac{\alpha}{|\vec{x} - \vec{r}_e|} \quad (10)$$

である。ここで $\vec{d}_N(\vec{r})$ の空間平均を $\langle \vec{d}_N \rangle$ とした。つまり、核子 EDM の分布 \vec{d}_N と電荷分布 ρ_q の違いが波動関数のミキシングを通じて原子 EDM を生み出す。点粒子の場合にはどちらもデルタ関数となるのでこの差はゼロとなることに注意。電子の位置 r_e は原子核サイズに比べて非常に大きいため、 $1/r_e$ で展開すると

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = -4\pi\alpha \frac{\vec{S}_N}{e} \cdot \vec{\nabla}_e \delta^{(3)}(\vec{r}_e) + \dots \quad (11)$$

という形にまとめられる。ここで \vec{S}_N は Schiff モーメントと呼ばれ、おおよそ $S_N \sim r_c^2 \times d_N$ である。Schiff モーメントには核子セクターの CP-odd 演算子が主に寄与する。たとえば核子 EDM から Schiff モーメントを通じて誘起される原子 EDM の大きさは

$$d_A/d_N \sim 10Z^2(r_c^2/a)^2 \sim \mathcal{O}(10^{-3}) \quad (12)$$

と見積もられる。ここで r_c は原子核の荷電半径であり $a = (\alpha m_e)^{-1}$ は Bohr 半径である。 Z^2 のファクターは電子の波動関数が原点付近で増幅されることに由来し、最初の 10 は相対論的効果に由来する。 Z^2 のファクターから、特に重い原子核を使うと良いことが見てとれる。

2.3 相対論的補正

遮蔽定理の 2 つ目の重要な補正は相対論的補正である。これは特に 3.3 節で述べる、電子のスピンに感度を持つ常磁性原子で重要となる。原子内の電子の速度は $Z\alpha$ 程度であるため、重い原子でこの補正は重要となる。この補正は $e\vec{E}_{\text{int}} = -\vec{\nabla}\Phi$ を内部電場として

$$\begin{aligned} \vec{d}_A &= d_e \sum_{i=1}^Z \left[\langle 0_e | (\gamma_0^{(i)} - 1) \vec{\Sigma}^{(i)} | 0_e \rangle \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{n \neq 0} \frac{\langle 0_e | e \vec{r}_i | n_e \rangle \langle n_e | (\gamma_0^{(i)} - 1) \vec{\Sigma}^{(i)} \cdot \vec{E}_{\text{int}} | 0_e \rangle}{E_0 - E_n} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

と書ける。ここで $\Sigma^j = \gamma_5 \gamma^0 \gamma^j$ はスピン演算子である。実際、非相対論的極限は $(1 + \gamma^0)/2$ の射影演算子をかけ

ることに対応するため、上の項はこの極限で消えることから確かに相対論的補正に対応する。またこのスピン演算子の期待値の和がノンゼロとなるには対を成していない電子が必要である。第1項は電子 EDM からの直接の寄与、第2項は波動関数のミキシングを通じた寄与を表すが、典型的には第2項の方が重要である。特に電子 EDM に対する原子 EDM の大きさを見積もると

$$d_A/d_e \sim Z^3 \alpha^2 \sim \mathcal{O}(10^2) \quad (14)$$

となる。ここで $1/(E_0 - E_n) \sim a/\alpha$, $\langle 0_e | \vec{r}_i | n_e \rangle \sim a$, $\gamma_0 - 1 \sim v^2 \sim Z^2 \alpha^2$ と見積もった。また主な寄与は $r_e \lesssim a/Z$ 程度の領域なので $\int d^3 r_e e E_{\text{int}} \sim Z^3 \alpha/a^2 \times (a/Z)^3$, $|\psi_e|^2 \sim Z/a^3$ を使った。特に電子の波動関数が原点付近で Z により増幅されることに注意。これは、遮蔽定理があるにもかかわらず、電子 EDM の効果は Z の大きい重い原子ではむしろ増幅されることを意味している。なので“補正”という多少語弊がある気がするが、多くの文献ではこの効果は相対論的補正と呼ばれているので、本稿でもそれに従うことにする。

1章でも触れたように一般に素粒子の EDM は有効的には次元6の演算子であるため、他の4-fermi 相互作用も同等に重要である。特に常磁性原子の場合 C_S 演算子と呼ばれる

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = C_S \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{e} i \gamma_5 e \times (\bar{p} p + \bar{n} n) \quad (15)$$

が重要となる。 $\bar{e} i \gamma_5 e$ は非相対論的極限ではゼロだが、前述の通り相対論的効果を拾って電子スピンに感度を持つ。また核子側の寄与は核子数に比例しているため、重い原子でより重要となる。結果として C_S からの原子/分子 EDM への寄与は、 d_e と同様 $Z^3 \alpha^2$ の増幅ファクターを持つ。一般に常磁性原子 EDM 実験は d_e と C_S の線型結合にのみ感度を持つので、この線型結合を有効電子 EDM として定義するのが便利である。線型結合の係数は系によって異なるが、たとえば ThO 分子や HfF⁺ イオンではそれぞれ

$$d_e^{(\text{equiv})} = \begin{cases} d_e + C_S \times 1.5 \times 10^{-20} \text{ e cm} & (\text{ThO}) \\ d_e + C_S \times 1.1 \times 10^{-20} \text{ e cm} & (\text{HfF}^+) \end{cases} \quad (16)$$

である。

3 EDM 実験の概観

この章では EDM 実験を簡単に説明する。EDM 実験は基本的には、電場を系にかけてそのスピン歳差運動の振動数を測定する。そして電場の向きを逆にしたものと

の振動数の差をとることで EDM からの寄与を抜き出す。EDM 測定の統計誤差は典型的に

$$\Delta d \propto \frac{1}{\sqrt{N} E_{\text{ext}} \tau_c} \quad (17)$$

と表される。ここで E_{ext} は系にかける外部電場、 τ_c はスピン歳差運動の時間、 N は測定回数にそれぞれ対応する。感度を上げるためには強い電場をかけ、長時間スピン歳差運動を行い、数多く測定することが重要となる。

EDM 実験としては中性子 EDM 実験が最も有名な印象が(個人的には)あるが、中性子以外にも原子を使った実験や storage ring を使った荷電粒子 EDM 測定実験などが存在する。以下これらを簡単に見ていく。

3.1 中性子

Purcell と Ramsey の間接的制限 [4] に始まり、中性子 EDM の測定は非常に長い歴史を持つ。初期には中性子ビームを用いた実験が行われていたが、現在では ultra cold neutron (UCN) を使った実験が主流である。UCN とは、非常に小さい運動エネルギーを持つためボトルなどの中に閉じ込めることが可能な中性子のことである。冷たい中性子は物質中では個々の原子核のポテンシャルを平均化した斥力 (Fermi ポテンシャル) を感じる事が知られている。この斥力は物質にもよるが $\mathcal{O}(100)$ neV 程度であり、したがってこれよりも小さい運動エネルギーを持つ中性子が UCN となる。100 neV は温度に直すとおよそ 1 mK なので、どれほど冷たいかわかるかと思う。UCN を用いる EDM 実験については過去の記事 [5, 6] に詳しく紹介されているので、素人の筆者がこれ以上あれこれ書くことは避けることにする。現在最も強い制限は PSI-nEDM の結果で

$$|d_n| < 1.8 \times 10^{-26} \text{ e cm} \quad (18)$$

である [7]。中性子 EDM 実験は現在も世界中で進められており、ヨーロッパでは FRM-II, PNPI/ILL, PSI などが、アメリカ/カナダでは TRIUMF, LANL, ORNL などが測定を行う予定である。

余談だが、中性子 EDM 実験はアクシオンを考える動機そのものである。もしアクシオンが現在の宇宙の暗黒物質の起源だと思えば $|d_n| \sim 10^{-35} \text{ e cm}$ 程度の中性子 EDM を誘起する。この値自体は現在の制限 (18) と比べ遥かに小さいが、現在の宇宙ではアクシオンは振動していると考えられるため、誘起される中性子 EDM は交流シグナルとなる。この交流シグナルを測る試みとしてたとえば CASPEr 実験が存在する。

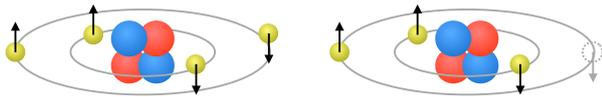


図 3: 原子の概略図。左図は反磁性原子, 右図は常磁性原子をそれぞれ表す。

3.2 反磁性原子

反磁性原子とは, 図 3 左のように全ての電子スピンの対をなしている原子を意味する。したがってこの系の EDM は主に核子セクターの CP の破れに感度を持つ。この場合 2 章で見たように原子の EDM 自体は核子に比べて抑制されるが, 一方で核子の磁気モーメントが電子の磁気モーメントと比べて $m_e/m_N \sim 5 \times 10^{-4}$ 程度小さいことから, 原子核のスピンは外部の擾乱に強い。特に原子核スピン $1/2$ のものは電気四重極子を持たないことなども併せて非常に長いコヒーレンス時間を持つ。これは式 (17) の τ_c を長くとれることを意味し, 反磁性原子 EDM の実験感度は非常に良いものとなる。

原子核スピンの $1/2$ であることや光学ポンピングでの偏極が容易などの観点から, 実験では主に ^{129}Xe や ^{199}Hg が用いられる。⁴ 現在最も強い制限は ^{199}Hg の

$$|d_{\text{Hg}}| < 7.4 \times 10^{-30} \text{ e cm} \quad (19)$$

であり [8], これは単一の系の EDM への最も強い制限である。⁵ Schiff モーメントに対しても $|S_N/e| < 3.1 \times 10^{-13} \text{ fm}^3$ の制限を与えているが, たとえば Schiff モーメントが大雑把に $S_N \sim d_n \times r_c^2$ 程度の大きさだとすると, この制限から $|d_n| \lesssim 10^{-27} \text{ e cm}$ 程度の制限が期待できることがわかる。実際, より正確な計算から直接測定の結果 (18) よりも多少良い $|d_n| < 1.6 \times 10^{-26} \text{ e cm}$ という制限が得られる [8] (ちなみに Hg は 95% C.L. で中性子は 90% C.L.)。もちろん核物理の系統誤差などから単純な比較は容易ではないが, この Hg からの制限は (たとえばアクシオンの文脈で) 触れられることが少なく, 個人的にこの実験は過小評価されている印象がある。 ^{129}Xe に対する現在の制限は $|d_{\text{Xe}}| < 1.4 \times 10^{-27} \text{ e cm}$ [9] であり ^{199}Hg には及ばないが, こちらも将来実験によって一桁以上感度を上げることを目指している。核子 EDM 以外にも 4-fermi 相互作用など原子 EDM を誘起する演算子は数多く存在し, それらの間の縮退を解くためにも異なる系での EDM の測定は意義がある。

⁴ ^{43}He もこれらの条件を満たすが, 先に見たように有限サイズ効果による補正は Z^2 に比例するため, ^3He よりも ^{129}Xe や ^{199}Hg の方が好まれる。 ^3He は CP の破れに対する感度が低いことから逆に co-magnetometer としての役割を果たすことが多い。

⁵2.3 節で述べたように電子 EDM に対する制限は, 元の原子/分子に対する制限に $\mathcal{O}(10^2)$ 程度の増幅ファクターがかかった結果である。そのため, 元々の原子/分子に対する EDM の制限という意味では ^{199}Hg が (HfF^+ や ThO と比べても) 最も強い。

3.3 常磁性原子/分子

常磁性原子とは図 3 右のように, 不対電子を含む原子を意味する。他とキャンセルされない電子スピンを持つため, この系の EDM は主に相対論的補正を通じて電子セクターの CP の破れ, 特に d_e と C_S に感度を持つ。このため電子 EDM 実験と称されることもあるが, 実際には単一電子の EDM を測定しているわけではない。

近年では極性分子を用いた実験が主流となっている。極性分子では比較的弱い外電場をかけて偏極させることで, 外電場よりもはるかに大きな分子内電場を誘起できる。これが E_{ext} となり感度が上昇する。またエネルギー差が小さい異なるパリティ状態の存在も $1/(E_0 - E_n)$ を通じて感度の上昇に寄与する。最近では 2018 年に ACME 実験が ThO 分子を使って

$$|d_e^{(\text{equiv})}| < 1.1 \times 10^{-29} \text{ e cm} \quad (20)$$

の制限 [10] を, 2022 年に JILA の実験グループが HfF^+ を使いイオントラップを用いて

$$|d_e^{(\text{equiv})}| < 4.1 \times 10^{-30} \text{ e cm} \quad (21)$$

の制限 [1] をそれぞれ得ている。また ACME 実験は分子ビームに電場をかける領域を長くすることや幾何的な分子のロスを減らすことなどで, JILA 実験は HfF^+ に代わって ThF^+ を用いることなどで, それぞれ一桁以上感度を上げることを目指している。⁶

3.4 Storage ring 実験

最後に荷電粒子の EDM 測定として storage ring 実験を紹介する。当然だが荷電粒子に電場をかけると加速されてしまうため, EDM の測定にはなんらかの工夫が必要である。Storage ring 実験では荷電粒子に磁場をかけることによって運動を一定のリング内に制限し, その中でスピンの歳差運動の測定を行う。一般に荷電粒子の運動量とスピンの角速度の差は⁷

$$\vec{\Omega} = \frac{e}{m} \left[a\vec{B} - \left(a - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \vec{\beta} \times \vec{E} + \frac{\eta}{2} (\vec{E} + \vec{\beta} \times \vec{B}) \right] \quad (22)$$

と表される。ここで $a = (g - 2)/2$, $d = e\eta/2m$, $\vec{\beta}$ は荷電粒子の速度を表し $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ である。またこの式では $\vec{\beta} \cdot \vec{B} = \vec{\beta} \cdot \vec{E} = 0$ を仮定している。Storage ring 実験としては主にミュオンや陽子, ヘリウムイオンなどが考えられている。

⁶この分野の実験は近年大変盛り上がっている印象を受けるので, 常磁性原子/分子 EDM 実験に関する専門家の解説記事が高エネルギーニュースに出たりすると個人的に嬉しい。

⁷導出はたとえば Jackson の電磁気学の教科書に載っている。この教科書はわりとなんでも書いてあって役に立つ。

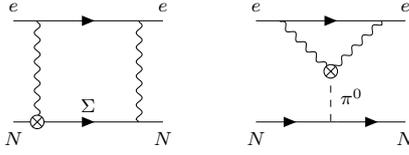


図 4: C_S に対する従来の 2 光子交換による寄与の例 [14]。

ミュオンについては BNL や FNAL が有名であろう。これらの実験の主目的は muon $g-2$ の測定である。これらの実験では収束電場を用いる関係上、マジック運動量と呼ばれる $a-1/(\gamma^2-1) \simeq 0$ を満たす運動量のミュオン ($\gamma = 29.3$) を使用している。日本でも J-PARC で muon $g-2$ /EDM 測定実験の準備が進められているが、こちらはミュオニウム生成による冷却により、質の良いミュオンビームを作ることによって電場をかける必要性をなくし、その結果としてマジック運動量を使う必要がない。⁸ EDM の効果はいずれの実験でも主に式 (22) の最終項からくる。磁場がミュオンの運動方向に垂直にかかっている場合、 $g-2$ はミュオン運動平面内でのスピン歳差運動を起こすが、一方で EDM はミュオン運動平面と垂直な方向へのスピン歳差運動を起こすことがわかる。ミュオンスピンは崩壊により放出される (陽) 電子の運動方向と相関があるため、(陽) 電子イベントの上下非対称性が EDM に感度を持つ。これまで最も強い制限は BNL の結果 [12] で

$$|d_\mu| < 1.9 \times 10^{-19} \text{ e cm} \quad (23)$$

であるが、FNAL と J-PARC はともに $|d_\mu| < 10^{-21} \text{ e cm}$ を目指している。さらに PSI ではスピン凍結法と呼ばれる EDM にのみ感度がある方法で $|d_\mu| < 6 \times 10^{-23} \text{ e cm}$ を目指す実験が考えられている [13]。また、陽子やヘリウムイオンなどでは、 $|d_p| < 10^{-29} \text{ e cm}$ が目標とされている。

4 常磁性原子/分子 EDM に対する標準模型の寄与

この章では、常磁性原子/分子 EDM に対する SM の CKM 位相からの寄与について議論する。先に述べたように、常磁性原子/分子の EDM には d_e と C_S とが主に寄与する。前者は過去の文献で見積もられており、最新では [15] がベクトル中間子からの寄与で $d_e \sim 6 \times 10^{-40} \text{ e cm}$ としている。しかし、SM の枠組みでは C_S の方が d_e よりも遥かに大きな寄与を与えることが最近分かった [16]。有効電子 EDM (16) の言葉で $d_e^{(\text{equiv})} \sim 10^{-35} \text{ e cm}$ 程度である。この値は現在の実験の感度と比べると 6 桁ほど小さいが、 $10^{-35} \sim 10^{-37} \text{ e cm}$ 程度の感度

⁸この辺に関しては過去の記事 [11] が詳しい。

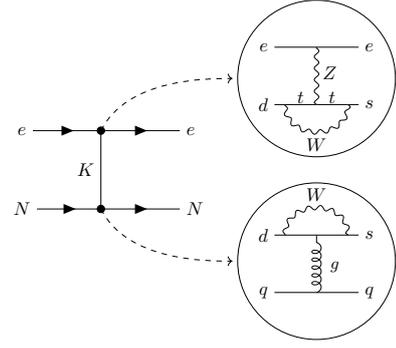


図 5: C_S に対する SM からの寄与 [16]。

を目指す提案も存在し [17],⁹ 将来的には CKM 位相を EDM 実験で測定することも可能かもしれない。

以下まず期待されるパラメータ依存性について説明する。SM の CP の破れは必ず Jarlskog 不変量 \mathcal{J} に比例する。 \mathcal{J} は CKM 行列要素 4 つの積からなるため必ず W ボソンを 2 つ含み、 G_F^2 は最低限必要である。従来の見積もりでは図 4 で示される、2 光子の交換から来る $C_S \propto \mathcal{J} G_F^2 \alpha^2$ の寄与が考えられていた [14]。以下で説明する寄与は電弱ゲージボソンを 3 つ含むが、 $C_S \propto \mathcal{J} \times G_F^3 m_t^2 \alpha / s_W^2$ であり G_F ひとつは m_t^2 でキャンセルされるため、実質 α の分だけ従来の見積もりよりも得をしている。

われわれの寄与は図 5 で表される。上の部分の結合は微視的には Z-penguin (と W-box) と呼ばれ

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{4\pi s_W^2} [\bar{e}\gamma^\mu(1-\gamma_5)e] \times \sum_{i=c,t} I(x_i) [V_{is}^* V_{id} \bar{s}\gamma_\mu(1-\gamma_5)d + (\text{h.c.})] \quad (24)$$

と与えられる。ここで $s_W = \sin \theta_W$ かつ θ_W は weak mixing 角度、 $x_i = m_i^2/m_W^2$ であり

$$I(x) = \frac{3}{4} \left(\frac{x}{x-1} \right)^2 \log x + \frac{x}{4} - \frac{3}{4} \frac{x}{x-1} \quad (25)$$

である。この有効ラグランジアンはよく知られたものであり、たとえば $B_{s,d} \rightarrow \mu^+ \mu^-$ の崩壊や $K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 振幅の実部などに寄与する。QCD スケール以下ではクォーク描像からカイラルラグランジアンに移ることで

$$\mathcal{L} = \frac{\alpha G_F f_K m_e}{2\pi s_W^2} I(x_t) \text{Im} [V_{ts}^* V_{td}] \times K_s \bar{e} i \gamma_5 e \quad (26)$$

と書ける。下の部分の結合は有効ラグランジアンとして

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -a \text{Tr} [\bar{B} \{ \xi^\dagger h \xi, B \}] - b \text{Tr} [\bar{B} [\xi^\dagger h \xi, B]] \\ &= -\frac{\sqrt{2} K_S}{f_\pi} [(b-a) \bar{p} p + 2b \bar{n} n] + \dots \end{aligned} \quad (27)$$

⁹個人的にこの辺りのプロポーザルがどの程度現実的なのか非常に興味があるので、詳しい方がいたらご教授いただけるとありがたい。

で表される。ここで B はバリオン 8 重項, π をパイオン 8 重項として $\xi = \exp(i\pi/f_\pi)$, $h_{ij} = \delta_{i2}\delta_{j3}$ はフレーバーの破れを表すスプリオンである。このラグランジアンは $\Delta I = 1/2$ 則としてハイペロンの非レプトン崩壊をよく記述することが知られており, 係数 a, b の値も (全体の符号を除いて) 実験的に決定されている。これら 2 つの結合を Kaon を媒介粒子として繋ぐことにより¹⁰

$$C_S = \mathcal{J} \frac{N + 0.7Z}{A} \frac{13[m_\pi^2] f_\pi m_e G_F \alpha I(x_t)}{m_K^2 \pi s_W^2} \quad (28)$$

という結果を得る。ここで Z は原子番号, A は質量数, $N = A - Z$ は中性子数である。 $[m_\pi^2]$ は m_u や m_d とは独立な単なる数値であり, $[m_\pi] = 139.5 \text{ MeV}$ である (a, b がこれによって規格化された形で実験的に決定されていることに起因)。カイラルラグランジアンを用いて NLO の補正を計算することも可能であり, NLO の寄与を取り入れたのちには ThO に対しては

$$d_e^{(\text{equiv})}(\text{ThO}) = 1.0 \times 10^{-35} e \text{ cm} \quad (29)$$

という値を得た。冒頭で述べたようにこれは (現在の実験の感度より遥かに小さいものの) 従来の見積もりよりも 3 桁程度大きい。またカイラルラグランジアンで定量的に計算できる, というのもわれわれのうりである。

5 Muon EDM に対する原子/分子 EDM 実験からの制限

4 章では特に常磁性原子/分子 EDM への SM の寄与を議論した。この寄与は従来の見積もりよりも 3 桁程度大きいものの, 現在の実験感度に比べるとはるかに小さい。一般に CKM 位相の寄与はどの系の EDM に対しても, 現在の実験感度よりもはるかに下であり, このことは逆に EDM 実験は背景事象フリーな新物理探索であることを意味する。

そんなわけで最後にここでやっと, 原子/分子 EDM 実験から新物理への示唆について議論する。特に muon EDM d_μ に対する原子/分子 EDM 実験からの制限を考える。もちろん原子/分子 EDM 実験はミューオンを含まない系で実験を行なっているため, 直接的には d_μ を測定していない。しかし, ひとたび d_μ が理論に存在すれば, 量子補正を通じて様々な他の CP-odd 演算子が生成される。原子/分子 EDM 実験はこれらの CP-odd 演算子に対して感度を持つため, そこから間接的に d_μ への制限が得られる, というのが基本のアイデアである。

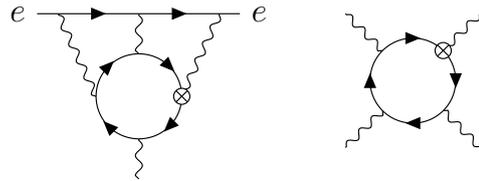


図 6: 左図は muon EDM から電子 EDM が生成される 3-loop ダイアグラム (の一部)。右図は muon EDM から CP-odd 光子演算子 $E^3 B$ が生成される 1-loop ダイアグラム。閉じたループがミューオンに対応し, cross dot が EDM 演算子の挿入を表す。

5.1 Muon $g-2$ と muon EDM

Muon EDM を考えるもっとも大きな動機として $g-2$ のずれがある。2021 年に FNAL が muon $g-2$ の測定結果を発表した [18]。¹¹ この結果は BNL の測定結果と無矛盾であり, [20] による SM の見積もりと合わせると

$$a_\mu(\text{exp}) - a_\mu(\text{SM}) = (251 \pm 59) \times 10^{-11} \quad (30)$$

という値を与える。ハドロン真空偏極に対する格子 QCD 計算や CMD-3 実験の結果など, SM の寄与自体の見直しを迫る結果が近年出ており, 上の値をそのまま信じても良いのかは不確かな状況だが, それでもやはりミューオンに付随した新物理を考える機運は高まっているといえよう。このような状況下で muon EDM は特に面白い新物理の可能性の一つであろう。実際 $g-2$ と EDM は

$$\mathcal{L} = -\frac{c}{2} \bar{\psi}_R \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \psi_L + (\text{h.c.}) \quad (31)$$

とまとめて書け, $\text{Re}[c] = e\Delta a_\mu/2m_\mu$, $\text{Im}[c] = d_\mu$ という関係にある。このことから, $c = |c|e^{i\phi}$ ととると

$$d_\mu \simeq 2 \times 10^{-22} e \text{ cm} \times \tan \phi \times \left(\frac{\Delta a_\mu}{2.5 \times 10^{-9}} \right) \quad (32)$$

という関係が得られる。これは, もし式 (31) が $g-2$ のずれを説明しており, かつその演算子が $\mathcal{O}(1)$ の CP 位相を持つ場合には $|d_\mu| \sim 10^{-22} e \text{ cm}$ 程度が期待されることを意味する。実際に FNAL や J-PARC および PSI の実験グループがそれぞれ storage ring を使って d_μ を測定することを考えている。このような状況下では, 原子/分子 EDM 実験からの間接的な d_μ への制限を理解しておくことは重要であろう。

5.2 Muon EDM による量子補正効果

Muon EDM はミューオンを積分したあとでは様々な他の CP-odd 演算子を生成する。その中でも特に重要なのが電子 EDM および CP-odd 光子演算子である。

¹¹ この原稿の校正作業中に FNAL が統計エラーを 2 倍程度減らした, 最新の結果を発表した [19]。

¹⁰ 1 章で述べたように SM の CP の破れを拾うためには三世代の寄与全てを拾う必要がある。たとえば Kaon を pion に変えると二世代の寄与がないため, ここでは Kaon を使う必要がある。

電子 EDM

Muon EDM からの電子 EDM への寄与は図 6 左で示される 3-loop ダイアグラムで与えられる。このダイアグラムには行列要素で

$$iM = i\tilde{F}^{\mu\nu} \bar{e}(p) [S_1 m_e \sigma_{\mu\nu} + S_2 \{\sigma_{\mu\nu}, \not{p}\}] e(p) \quad (33)$$

という二つの異なる寄与が存在する。運動方程式を使うと $\not{p}e(p) = m_e e(p)$, $\bar{e}(p)\not{p} = \bar{e}(p)m_e$ となりどちらも同等に電子 EDM に寄与することが見てとれる。この 3-loop の計算は以前にも [21] でなされていたが、彼らは S_1 のみを計算し S_2 の寄与を見落としていたため、われわれの [22] で S_2 の計算を行なった。¹² 結果として

$$d_e = \left(\frac{19}{4} \zeta(3) - \frac{71}{24} \right) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^3 \frac{m_e}{m_\mu} d_\mu \quad (34)$$

を得た。この値は UV 発散などを含まず有限であることに注意。SM では e_L と e_R を結びつけるものは m_e のみなので、EDM 演算子がカイラリティ交換することから必然的に m_e に比例する。残りのファクターは 3-loop であることおよび次元解析から自然に理解できる。具体的な数字を入れると $d_e \simeq 2 \times 10^{-10} \times d_\mu$ であり、すでに電子 EDM のみから $|d_\mu| \lesssim 10^{-20} e \text{ cm}$ 程度の制限が期待できる。これは BNL 実験よりも強い制限だが、実は以下で見ると C_S の寄与が更に強い制限を与える。

CP-odd 光子演算子

Muon EDM から生成される CP-odd 光子演算子は図 6 右で与えられ、その結果は

$$\mathcal{L} = -\frac{d_\mu/e}{12\pi^2 m_\mu^3} e^4 (\vec{E} \cdot \vec{B})(E^2 - B^2) \quad (35)$$

となる。¹³ 原子/分子 EDM 実験では重い原子を使っているため核電磁場によってこの演算子をソースすることができ、その結果 Schiff モーメントや C_S が生成される。

図 7 左のように電場のうちの一つを電子でソースし、他の電磁場を核電磁場でソースすることにより

$$\mathcal{H} = \int d^3x \left(\vec{\nabla}_e \frac{\alpha}{|\vec{x} - \vec{r}_e|} \right) \cdot \vec{P}_d \quad (36)$$

を得る。ここで \vec{r}_e は電子の位置ベクトルであり、核偏極 \vec{P}_d は核電磁場 \vec{E}, \vec{B} を用いて

$$\vec{P}_d = -\frac{e^2 d_\mu}{12\pi^2 m_\mu^3} (2\vec{E}(\vec{E} \cdot \vec{B}) + \vec{B}(\vec{E} \cdot \vec{E})) \quad (37)$$

¹²3-loop というとなんだか難しい計算のように聞こえるが、この寄与のダイアグラムは実質 2 つ (d_μ が外線光子か内線光子か) だけであり、かつ m_e や p について展開できるため m_μ のみを含む真空ダイアグラムに帰着する。この場合マスター積分の解析解は知られていないし FIRE などのパッケージも揃っていないので、意外とやればできる。

¹³計算の詳細は省くが、興味がある人向けに一応書いておくと、こういった計算には [23] で解説されている背景場の方法を使うのが便利。

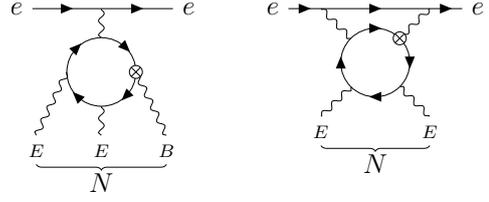


図 7: 左図は CP-odd 光子演算子から生成される Schiff モーメント、右図は CP-odd 光子演算子から生成される (実質的な) C_S 演算子をそれぞれ表す。

と与えられる。2 章で説明した遮蔽効果を含めると $\langle \vec{d}_N \rangle = e \int d^3x \vec{P}_d$ としてハミルトニアンは有効的に

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \int d^3x \left(\vec{\nabla}_e \frac{\alpha}{|\vec{x} - \vec{r}_e|} \right) \cdot \left(\vec{P}_d - \rho_q \frac{\langle \vec{d}_N \rangle}{e} \right) \quad (38)$$

と書ける。ここで ρ_q は原子核の電荷分布である。あとはこの表式を r_e で展開することによって Schiff モーメントが得られる。

また図 7 右のように電磁場を外線電子と繋ぎ、他の電場を原子核によってソースすることにより $\bar{e}i\gamma_5 e \times E^2$ の形の演算子を得る。核電場と核子の分布はともに原子核付近に局在しているため、実質的に E^2 と $\vec{N}\vec{N}$ は等価とみなせる。¹⁴ つまり図 7 右の寄与は C_S と等価である。核電荷が一様分布であると仮定すると

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} C_S = \kappa \frac{4Z^2 \alpha^4}{\pi A} \times \frac{m_e (d_\mu/e)}{m_\mu^3 R_N} \times \log \left(\frac{m_\mu}{m_e} \right) \quad (39)$$

と見積もられる。ここで Z は原子番号、 A は質量数 (C_S が核子ごとで定義されることに起因)、 R_N は原子核半径であり、最後の \log は図 7 右がミュオンを積分したあとだと \log 発散することに起因する。

5.3 Muon EDM に対する間接的制限

前節の結果から muon EDM に対する原子/分子 EDM 実験からの間接的な制限が得られる。まず、反磁性原子である ^{199}Hg は主に Schiff モーメントを通じて d_μ に感度を持つ。核電場が最外殻中性子の磁気モーメントのみから与えられるとすると、 ^{199}Hg の Schiff モーメントは

$$S_{\text{Hg}}/e \simeq (d_\mu/e) \times 4.9 \times 10^{-7} \text{ fm}^2 \quad (40)$$

と見積もられる。実験的には [8] が $|S_{\text{Hg}}/e| < 3.1 \times 10^{-13} \text{ fm}^3$ という制限を与えているため、これから

$$|d_\mu(\text{Hg})| < 6.4 \times 10^{-20} e \text{ cm} \quad (41)$$

¹⁴もちろん核子と核電場の分布は異なるので厳密にはこれらの演算子は等価ではない。以下の計算ではこの違いを fudge factor κ として含んでいる。原子核殻模型を使い Schrödinger 方程式を解くことで ThO の場合 $\kappa = 0.66$, HfF⁺ の場合 $\kappa = 0.76$ という見積もりを得た。詳細に興味がある方は [24] の付録を参照。

という制限を得る。これは BNL の直接的制限 (23) よりも 2 倍ほど良い結果である。また ACME 実験からは上で述べた d_e および C_S の計算結果を用いると

$$|d_\mu(\text{ThO})| < 1.7 \times 10^{-20} \text{ e cm} \quad (42)$$

という上限を得る。この際 C_S の寄与の方が d_e の寄与よりも 3 倍ほど大きく、それぞれの寄与は同符号で寄与する。これは BNL の直接的制限 (23) よりも 10 倍ほど良い結果である。JILA 実験からも ACME の場合と同様に d_e および C_S に対する d_μ の寄与から¹⁵

$$|d_\mu(\text{HfF})| < 8.9 \times 10^{-21} \text{ e cm} \quad (43)$$

という制限を得る。FNAL および J-PARC の目標である $|d_\mu| < 1 \times 10^{-21} \text{ e cm}$ にはまだ及ばないが、3 章で述べたように常磁性原子/分子 EDM 実験も今後数年で感度が更に良くなることが期待されており、間接的制限は直接的制限とともに今後も注目に値するだろう。

最後に少々余談だが、同様の方法でタウ/チャーム/ボトム EDM $d_\tau/d_c/d_b$ に対しても間接的制限が得られることに触れておく。タウの場合は単純に $m_\mu \rightarrow m_\tau$ とすれば良い。 $d_e \propto m_\tau^{-1}$, $C_S \propto m_\tau^{-3}$ であるため、タウの場合は C_S よりも d_e の方が重要となる。特に ACME 実験からは $|d_\tau| < 1.1 \times 10^{-18} \text{ e cm}$ という、Belle などよりも強い制限を得た。またクォークは光子だけでなくグルーオンにも結合するため、 d_c や d_b を積分すると CP-odd 光子グルーオン演算子が生成される。[25] でこの演算子に対する制限を見積もり、中性子 EDM から $|d_c| < 6 \times 10^{-22} \text{ e cm}$, $|d_b| < 2 \times 10^{-20} \text{ e cm}$, 常磁性原子/分子 EDM から $|d_c| < 1.3 \times 10^{-20} \text{ e cm}$, $|d_b| < 7.6 \times 10^{-19} \text{ e cm}$ という制限を得た。

6 最後に

本稿のタイトルは理論の最近の進展としたが、冒頭でも述べたように実際には筆者の最近の研究のみを紹介してきた。本稿で触れなかったトピックはたとえば、電弱バリオジェネシスと電子 EDM, 超対称性と EDM, フレーバーと EDM, QCD sum rule による EDM の見積もり, 核模型による Schiff モーメントなどの大規模計算, ハドロンセクターの CP-odd four-fermi 相互作用, などなど枚挙にいとまがない。また本稿では特に UV の理論を指定しないボトムアップの形をとったが、もちろん UV の理論から EDM への示唆を議論するトップダウンのアプローチも重要である。この辺についてはおそらく筆者よりも適任の方々がいるので、その人たちが今後解説記事を書いてくださることを期待することにする。

¹⁵ちなみに JILA の d_μ に対する制限は論文に載せたことがないので、実はここで初めて発表する。

7 謝辞

本稿は、DOE grant DE-SC0011842 によってサポートされている Ting Gao 氏と Maxim Pospelov 氏との共同研究に基づく。本稿を書く機会を与えてくださった高エネルギーニュース編集委員の増田氏および、本稿を改善する意見をくださった編集委員の皆様に感謝する。

参考文献

- [1] T. S. Roussy *et al.* *Science* **381** no. 6653, (2023) 46–50.
- [2] G. Elor, M. Escudero, and A. Nelson *Phys. Rev. D* **99** no. 3, (2019) 035031.
- [3] L. I. Schiff *Phys. Rev.* **132** (1963) 2194–2200.
- [4] E. M. Purcell and N. F. Ramsey *Phys. Rev.* **78** (1950) 807–807.
- [5] 増田康博, 高エネルギーニュース **26-2** (2007) 71.
- [6] 川崎真介 木河達也 松宮亮平, 高エネルギーニュース **37-1** (2018) 11.
- [7] C. Abel *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **124** no. 8, (2020) 081803.
- [8] B. Graner, Y. Chen, E. G. Lindahl, and B. R. Heckel *Phys. Rev. Lett.* **116** no. 16, (2016) 161601. [Erratum: *Phys.Rev.Lett.* 119, 119901 (2017)].
- [9] N. Sachdeva *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **123** no. 14, (2019) 143003.
- [10] **ACME** Collaboration, V. Andreev *et al.* *Nature* **562** no. 7727, (2018) 355–360.
- [11] 三部勉 石田勝彦 佐々木憲一, 高エネルギーニュース **31-3** (2012) 209.
- [12] **Muon (g-2)** Collaboration, G. W. Bennett *et al.* *Phys. Rev. D* **80** (2009) 052008.
- [13] A. Adelmann *et al.* [arXiv:2102.08838](https://arxiv.org/abs/2102.08838) [hep-ex].
- [14] M. Pospelov and A. Ritz *Phys. Rev. D* **89** no. 5, (2014) 056006.
- [15] Y. Yamaguchi and N. Yamanaka *Phys. Rev. Lett.* **125** (2020) 241802.
- [16] Y. Ema, T. Gao, and M. Pospelov *Phys. Rev. Lett.* **129** no. 23, (2022) 231801.
- [17] A. C. Vutha, M. Horbatsch, and E. A. Hessels *Atoms* **6** no. 1, (2018) 3.
- [18] **Muon g-2** Collaboration, B. Abi *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **126** no. 14, (2021) 141801.
- [19] **Muon g-2** Collaboration, D. P. Aguillard *et al.* [arXiv:2308.06230](https://arxiv.org/abs/2308.06230) [hep-ex].
- [20] T. Aoyama *et al.* *Phys. Rept.* **887** (2020) 1–166.
- [21] A. G. Grozin, I. B. Khriplovich, and A. S. Rudenkov *Phys. Atom. Nucl.* **72** (2009) 1203–1205.
- [22] Y. Ema, T. Gao, and M. Pospelov *Phys. Lett. B* **835** (2022) 137496.
- [23] V. A. Novikov, M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. I. Zakharov *Fortsch. Phys.* **32** (1984) 585.
- [24] Y. Ema, T. Gao, and M. Pospelov *Phys. Rev. Lett.* **128** no. 13, (2022) 131803.
- [25] Y. Ema, T. Gao, and M. Pospelov *JHEP* **07** (2022) 106.