

# Qubit によるダークマター探索

東北大学 理学研究科

中山 和則

kazunori.nakayama.d3@tohoku.ac.jp

2025 年 (令和 7 年) 8 月 1 日

## 1 ダークマター

さまざまな観測的証拠により、宇宙の全エネルギーの 20% 程度をダークマターが占めることが分かっている。ダークマターは素粒子標準模型に含まれる物質では説明がつかず、なんらかの未知の素粒子がその正体ではないかと思われている<sup>1</sup>。ダークマターの地球近辺での質量密度は約  $\rho_{\text{DM}} \sim 0.4 \text{ GeV}/\text{cm}^3$  であることが分かっているが、あくまで分かっているのは質量密度つまりダークマター粒子の質量と数密度の積であり、これらそれぞれの値は全く不定である。最も軽い極限では  $10^{-20} \text{ eV}$  程度の可能性もあり、逆に原始ブラックホールの場合は  $10^{20} \text{ g} \sim 10^{53} \text{ eV}$  程度の可能性もある。つまりダークマターの質量について実に 70 桁以上の不定性があることになる。この広大なパラメータ領域の中でダークマターの正体を突き止めるべく多数の実験・観測が行われている。

本稿で主にターゲットとするのは「軽い」ダークマターである。ダークマターの数密度は質量に反比例して増大し、質量  $m$  が  $1 \text{ eV}$  以下ぐらいになるとコンプトン波長  $m^{-1}$  の中に多数のダークマター粒子が存在することになる。このときダークマターは 1 つ 1 つの粒子というよりは、それらが重なり合った古典的な波のように振る舞う。このように波として扱えるようなダークマターのことを、本稿では「軽い」と定義する。もともとは強い CP 問題に対する解として導入されたアクシオンが軽いダークマターの良い候補なのでよく調べられていたが、最近では視野を広げてもっと一般の軽い粒子の可能性も考えることが多い。

古典的な波としての扱いが許されるのは、ダークマターがボゾンのときだけであるので、以下ではボゾンを考える<sup>2</sup>。ボゾンなので、スピン 0 のスカラー、スピン 1 のベクトル、スピン 2 のテンソル粒子あるいはそれ

以上のスピンの粒子が考えられるが、このうちスピン 2 以上のダークマターについては、現在のところ、軽い質量領域においてはまともな生成機構が存在しない<sup>3</sup>。というわけでスカラーとベクトルの場合を考えるが、その中にもさらにいくつか種類がある。

**CP-even スカラー** スカラー粒子  $\phi$  は、CP に対する変換性によって CP-even と CP-odd に分けられる。まず CP-even の場合、標準模型粒子との相互作用は以下のような形に書ける。

$$\mathcal{L} = g_\psi \phi \bar{\psi} \psi - \frac{g_\gamma}{4} \phi F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (1)$$

$\psi$  は電子やクォークなどのフェルミオン、 $F_{\mu\nu}$  は電磁場。グルーオンなどとの結合も同様に書ける。軽い CP-even スカラーは 2 物体間に長距離力（第 5 の力とも呼ばれる）を及ぼすので、さまざまなスケールでの力の測定から強い制限を受ける。さらに、ダークマターの振動に伴い微細構造定数や電子質量も時間変化するが、このような時間変化は原子時計により極めて高い精度で制限されている。また理論的には、このような相互作用があると量子補正により大きな質量が生じるので、質量を軽く保つには微調整が必要なことに注意しよう。

**CP-odd スカラー** 擬スカラーとも呼ばれる。代表例はアクシオンなので、単にアクシオンと呼ぶこともある。大抵の場合、起源としては Goldstone ボゾンを想定しているので、シフト対称性  $\phi \rightarrow \phi + \text{const}$  を満たす形で相互作用を書くのが通例である：

$$\mathcal{L} = \frac{g_\psi}{2m_\psi} (\partial_\mu \phi) \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \psi - \frac{g_\gamma}{4} \phi F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}. \quad (2)$$

この第 1 項は、非相対論的極限をとることで  $\vec{\nabla} \phi \cdot \vec{S}$  の形になる（ $\vec{S}$  はフェルミオンのスピン密度）。つまり一般にアクシオンは電子や核子のスピンとの結合を持つ。

<sup>1</sup>素粒子ではなく、ソリトンや原始ブラックホールなど大きさを持ったなんらかの物体である可能性もある。

<sup>2</sup>パウリの排他率により、フェルミオンダークマターの質量にはおよそ  $m \gtrsim 100 \text{ eV}$  という下限がある（Tremaine-Gunn bound）。

<sup>3</sup>スピン  $s$  のボゾンがゴースト自由度を含まないためには、質量に下限  $m^2 > s(s-1)H^2$  ( $H$  はインフレーション中のハッブルスケール) がある (Higuchi bound)。

**ダークフォトン** 次にベクトル粒子  $H_\mu$  を考える。最もシンプルなモデルは、電磁場と以下のような結合 (kinetic mixing) を持つものである：

$$\mathcal{L} = \frac{\epsilon}{2} F_{\mu\nu} H^{\mu\nu}, \quad H_{\mu\nu} = \partial_\mu H_\nu - \partial_\nu H_\mu. \quad (3)$$

電磁場と  $H_\mu$  を適切に再定義すると、kinetic mixing を消去することができて、その代わり  $\mathcal{L} = \epsilon e H_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$  という形の標準模型フェルミオンとの結合に書き直すことができる。つまり、 $H_\mu$  は光子と同じように電荷を持った粒子と結合するが、その強さは小さな数  $\epsilon$  で抑制されている。ダークフォトンとなんらかの粒子や物質との結合を考えたいときは、 $\epsilon$  の因子が余分にかかること以外はだいたい光子と同じように扱ってよい。

**ゲージボゾン** ベクトル粒子  $H_\mu$  がなんらかのゲージ対称性に伴うゲージボゾンだとする。標準模型粒子がそのゲージ対称性に関する電荷を持っていれば、 $H_\mu$  は標準模型粒子と結合する。代表的な例は  $B-L$  ゲージ対称性であり ( $B$  はバリオン数,  $L$  はレプトン数), 相互作用は

$$\mathcal{L} = g H_\mu J_{B-L}^\mu \quad (4)$$

と表される。ここで  $g$  は  $B-L$  ゲージ結合定数,  $J_{B-L}^\mu$  は標準模型粒子から成る  $B-L$  カレント。マクロな物体は、その中に含まれる中性子の数に比例した  $B-L$  電荷を持つので、CP-even スカラーの場合と同じく大きな長距離力が発生することに注意しておこう。

軽いダークマターの探索のため、すでに数多くのアイデアにもとづく実験・観測が行われており、現在の制限は [1] にまとめられている。以下本稿では、近年進展の著しい量子技術（特に qubit）を用いた軽いダークマター探索の手法について最近のアイデアを紹介する。

## 2 Qubit

次節のダークマター探索で必要になる、qubit 関連の基礎事項を本節でまとめておく。基本的には学部レベルの量子力学で事足りるが、特有の用語やテクニックなども多々あるので知っておくと便利である [2]。

### 2.1 Qubit とは

Qubit（量子ビット）は量子コンピューティングや量子センシングの基礎構成要素である。まず qubit について簡単に説明しておこう。

Qubit とは、端的に言えば量子力学的な二準位系のことである。量子技術への応用への観点からは、二準位系

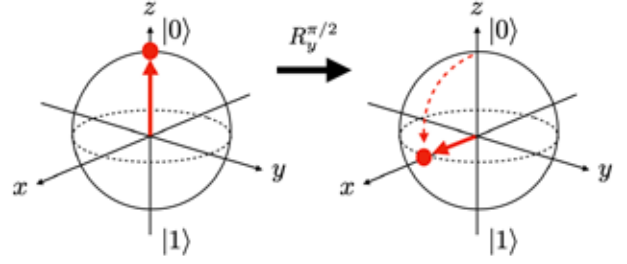


図 1: ブロッホ球を用いた状態の表現。初期状態  $|0\rangle$  に  $R_y^{\pi/2}$  パルスを与えたときの状態の発展を表している。

の中でも状態の初期化やゲート操作、読み出しが可能であること、緩和時間が長いことなどの条件が課される。具体的な物理系については次節で述べるが、本節では系の詳細によらない二準位系の量子力学の一般論について論じる。

ハミルトニアン  $H_0$  の固有状態を  $|0\rangle$  と  $|1\rangle$  とし、それらのエネルギー固有値の差を  $\omega_0$  とする。（また、後の便宜のため  $|\pm\rangle \equiv (|0\rangle \pm |1\rangle)/\sqrt{2}$  を定義しておく。）このとき  $H_0$  を次のように表す：

$$H_0 = \frac{\omega_0}{2} (|1\rangle\langle 1| - |0\rangle\langle 0|) = -\frac{\omega_0}{2} \sigma_z. \quad (5)$$

$\sigma_i (i = x, y, z)$  はパウリ行列。二つ目の等式では  $|0\rangle = (1, 0)^T$ ,  $|1\rangle = (0, 1)^T$  という基底で行列表記した。一般の状態はこの2つの状態の量子力学的な重ね合わせであり、2つの実変数を使って表すことができる：

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + e^{i\varphi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle. \quad (6)$$

全体にかかる位相は無視した。このように書くと、一般の状態は単位球面上の極座標  $(\theta, \varphi)$  の点に対応する<sup>4</sup>。この球をブロッホ球、このように表した状態をブロッホベクトルなどと呼ぶ（図 1）。

### 2.2 Qubit 状態操作

#### Rabi 振動

さて量子コンピュータにしる量子センサーにしる、qubit を有効利用するには qubit の状態操作を行う必要がある。そのような操作の基本となるのは、以下のハミルトニアンで表される電磁波との相互作用である：

$$H_1 = \sum_{i=x,y,z} g_i \sigma_i \cos(\omega t). \quad (7)$$

$g_i$  は結合定数である。二準位系がどのように電磁場と相互作用するのかはもちろん物理系の詳細によるが、そう

<sup>4</sup>単位球面上のベクトルで表せるのは純粋状態のみである。Decoherence の効果により、一般に純粋状態は混合状態へと時間発展する。このような状態をきちんと記述するには密度行列を使う必要があるが、本稿では踏み込まない。

した情報は  $g_i$  に押しこめたものとする。このうち  $\sigma_x, \sigma_y$  に比例する項は非対角項を持つので、これがあると状態  $|0\rangle$  と  $|1\rangle$  の間の遷移が起きる。後に述べるが、ダークマターと qubit の相互作用も大体 (7) の形に書けるので、以下の計算自体は外場が電磁波でなくダークマターの場合にもそのまま使える。

計算は相互作用表示が便利である。 $|\tilde{\psi}\rangle \equiv e^{iH_0 t} |\psi\rangle$ ,  $\tilde{H}_1 \equiv e^{iH_0 t} H_1 e^{-iH_0 t}$  を定義すると、シュレディンガー方程式は

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\tilde{\psi}\rangle = \tilde{H}_1 |\tilde{\psi}\rangle \quad (8)$$

となる。例として、 $H_1$  が  $\sigma_x$  に比例する場合を考えよう。このとき、

$$\tilde{H}_1 = \frac{g_x}{2} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \begin{pmatrix} 0 & e^{-i\omega_0 t} \\ e^{i\omega_0 t} & 0 \end{pmatrix}$$

である。ここで  $\omega \simeq \omega_0$  として速く振動する項を落とすと、シュレディンガー方程式を解くことができ

$$|\tilde{\psi}(t)\rangle = \left[ \cos\left(\frac{g_x t}{2}\right) - i\sigma_x \sin\left(\frac{g_x t}{2}\right) \right] |\tilde{\psi}(0)\rangle \quad (9)$$

が得られる。初期条件を基底状態  $|\tilde{\psi}(0)\rangle = |0\rangle$  に選んだとすると、時刻  $t_{\pi/2} = \pi/(2g_x)$  では  $|\tilde{\psi}(t)\rangle = (-i|1\rangle + |0\rangle)/\sqrt{2}$  という重ね合わせ状態になり、 $t_\pi = \pi/g_x$  では  $|\tilde{\psi}(t)\rangle = -|1\rangle$  のように完全に励起状態になる。このように  $\omega = \omega_0$  に相当する電磁波を qubit にあてると、 $t_\pi$  を半周期として 2 状態間の振動が起きる。これは Rabi 振動と呼ばれ、qubit の状態操作の基本である。 $t_{\pi/2}$  や  $t_\pi$  に相当する電磁波を  $\pi/2$  パルスや  $\pi$  パルスと呼び、 $R_x^{\pi/2}$ ,  $R_x^\pi$  などと表記する<sup>5</sup>。ここでは  $H_1 \propto \sigma_x$  を仮定したが、 $H_1 \propto \sigma_y$  のときも  $x \rightarrow y$  の置き換えをすれば (9) はそのまま成り立つ。

## ゲート操作

上で見たように、適切なパルスをあてることで qubit の状態を  $|0\rangle$  と  $|1\rangle$  の適当な重ね合わせにすることができる。このような操作をゲート操作と呼ぶ。上記の  $x, y, z$  に関する  $\pi$  パルスを利用すると、次の行列で表されるような操作が可能であることは容易に確かめられるだろう。

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

これらはパウリ行列と同じ恰好なので、それぞれ  $X, Y, Z$  ゲートなどと呼ばれる。ただし qubit の物理系によって

は (7) の係数  $g_i$  のうちいくつかはゼロになるので、実際にこのようなゲートを構成するには工夫が必要な場合もある。また次の Hadamard ゲートと呼ばれるものも応用上よく登場する：

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

ここまでは単一の qubit に関する操作であったが、もう少し非自明な操作も考えてみよう。例えば qubit を 2 つ用意して、qubit A の状態によって qubit B に対する操作を変えるようなことを考えてみる。典型的な例は Controlled-NOT (CNOT) ゲートと呼ばれるもので、qubit A の状態が  $|0\rangle_A$  だったときには B の状態は変化させず、 $|1\rangle_A$  だったときには B の状態を反転させる ( $|0\rangle_B \rightarrow |1\rangle_B$  あるいは  $|1\rangle_B \rightarrow |0\rangle_B$  にする) ようなゲートである (この反転操作は上記  $X$  ゲートに対応する)。このとき、qubit A の状態は操作の前後で全く変化しないので、制御 qubit と呼ばれる。こういった 2 状態操作は、量子計算や量子シミュレーション、エラー訂正のアルゴリズムなどで必須であるし、本稿に直接関係するところでは、状態の読み出しやエンタングル状態 (後述) を作るのに利用される。

では具体的にどうやって CNOT ゲート操作を実現すればよいだろうか。一見 qubit A の状態を測定しなければ qubit B に行うべき操作が確定しないような気がするかもしれないが、実は「物理」がこれを自動化してくれる場合がある。例えば qubit A と qubit B が次のような相互作用を持つ系を考えよう：

$$H = -\frac{\omega_0^A}{2} \sigma_z^A - \frac{\omega_0^B}{2} \sigma_z^B + \eta \sigma_z^A \sigma_z^B. \quad (12)$$

一例として、次節で登場する NV 中心の場合には qubit A を電子スピン、qubit B を核スピン、 $\eta$  はそれらの間の超微細相互作用とみなすことができる。この模型での固有状態  $|0_A 0_B\rangle$  と  $|0_A 1_B\rangle$  のエネルギー差は  $\Delta E_0 = \omega_0^B - 2\eta$ 、 $|1_A 0_B\rangle$  と  $|1_A 1_B\rangle$  のエネルギー差は  $\Delta E_1 = \omega_0^B + 2\eta$  である。このとき、振動数  $\omega = \Delta E_1$  のパルスをあてることで、 $|1_A 0_B\rangle$  と  $|1_A 1_B\rangle$  の間にのみ Rabi 振動を起こすことができる。つまり、qubit A が  $|1\rangle$  の場合のみ qubit B の状態の遷移が起こるようになっている。このときに  $\pi$  パルスを使うと、これは (B の位相因子を除いて) CNOT ゲートになっている。

この他、qubit 同士の相互作用として  $\sigma_+^A \sigma_-^B + \sigma_-^A \sigma_+^B$  の形もよく登場する ( $\sigma_\pm \equiv (\sigma_x \pm i\sigma_y)/2$ )<sup>6</sup>。Qubit の種類によって相互作用の形は違い、それによって特定の 2 状態操作が構成しやすかったり、逆に工夫が必要だったりする。いったんゲート操作が与えられればその後の

<sup>5</sup>  $\pi/2, \pi$  といった名前は、それぞれブロッホ球上で角度  $\pi/2, \pi$  の回転に相当するものと思っておけばよい。

<sup>6</sup> 片方を cavity 光子の生成消滅演算子とみなすと、これは qubit と cavity 光子の結合系を表す Jaynes-Cummings 模型と呼ばれるものになる。

アルゴリズムは系の詳細によらず定式化可能だが、ゲート操作自体の具体的な実現方法は qubit の物理系によって大きく変わることは認識しておくといだろう。また本稿では触れないが、ほとんどの場合 qubit の状態の初期化や読み出しは、qubit と他の何らかの系（電子の軌道準位や cavity 光子など）との相互作用を利用する。こうしたゲート操作や読み出しの精度がどの程度か、それぞれの操作にどれぐらいの時間がかかるかといった情報は具体的な実験系での感度の見積もりには重要である。

## 2.3 量子センシングプロトコル

### Ramsey 干渉

ここからは qubit を利用した量子センシングの手法について見てみる。まずは、状態  $|0\rangle$  と  $|1\rangle$  の間の位相を測定する Ramsey 干渉について紹介する。Qubit に対して、外場  $\vec{B}$  が次のハミルトニアンで作用しているとしよう：

$$H_1 = -\frac{1}{2}\gamma\vec{B}(t) \cdot \vec{\sigma}. \quad (13)$$

$\gamma$  は定数である。Ramsey 干渉の手法を利用して  $\vec{B}$  を測定することを考えてみる。例えば qubit がスピン系の場合には  $\vec{B}$  を磁場、 $\gamma$  を磁気モーメントとみなすことができる。

Ramsey 干渉は次の一連の過程から成る。(i) 始状態  $|0\rangle$  を用意し、これに  $\pi/2$  パルス  $R_y^{\pi/2}$  を作用することで状態を  $|\tilde{\psi}\rangle = (-|1\rangle + |0\rangle)/\sqrt{2}$  にする。(ii) その後、一定時間 ( $\tau$ ) 放置する。この間、状態はハミルトニアン (13) のもとで時間発展する。仮に  $\vec{B} \propto B_z$  とすると、

$$|\tilde{\psi}(\tau)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -e^{-i\phi(\tau)/2} |1\rangle + e^{i\phi(\tau)/2} |0\rangle \right). \quad (14)$$

ここで  $\phi(\tau) = \int_0^\tau \gamma B_z(t) dt$ 。つまり外場  $B$  により、相対位相が生じる。(iii) その後、 $\pi/2$  パルス  $R_x^{\pi/2}$  を作用する。その結果、状態は

$$|\tilde{\psi}(\tau)\rangle = e^{i\pi/4} \left[ \sin\left(\frac{\phi(\tau)}{2}\right) |+\rangle + \cos\left(\frac{\phi(\tau)}{2}\right) |-\rangle \right]$$

になる。この表式、もしくはブロッホ球上での表現を見れば明らかなように、微小な外場があると  $\phi$  がわずかな値を持ち、この終状態が  $|-\rangle$  からわずかにずれる（ブロッホ球では赤道からのずれに対応する）。(iv) このずれを測定する。そのための測定演算子としては  $\sigma_z/2$  を考えればよい。実際、計算してみると

$$S \equiv \frac{1}{2} \langle \tilde{\psi}(\tau) | \sigma_z | \tilde{\psi}(\tau) \rangle = \frac{1}{2} \sin \phi(\tau) \quad (15)$$

となり、 $S$  が（微小な）外場  $B$  に比例することがわかる。NV 中心での蛍光測定では終状態に  $|0\rangle$  と  $|1\rangle$  が占める割合の差を測定しているので、 $S$  の測定に対応する。

### (a) Ramsey 干渉



### (b) スピンエコー

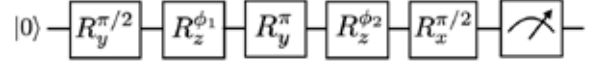


図 2: (a) Ramsey 干渉 (b) スピンエコーのプロトコルを量子回路的に表示したもの。

ここで時間  $\tau$  を伸ばせば、いくら外場が小さくてもシグナル  $S$  が大きくなりそうであるが、実際には decoherence の効果により  $\tau$  は制限される。Qubit の自然放射に伴う緩和時間  $T_1$ 、種々の外乱による位相緩和時間  $T_2$  などが  $\tau$  の上限を決める。実際に外場の検出感度を決めるには、もちろんノイズと比較する必要がある。紙面の制約上、詳細は省略するが今の場合は spin projection ノイズが原理的なノイズ源になる。

### スピンエコー

Ramsey 干渉のプロトコルを少し拡張したものがスピンエコー（Hahn エコー）である。これは Ramsey プロトコルの中の放置時間  $\tau$  の間に余分に  $\pi$  パルスを含んだものである（図 2 参照）。これにより時間によらないノイズの効果を抑えることができる。たとえば NV 中心を用いた磁場センシングにおいて、磁性不純物がダイヤモンドサンプルに混じっているとそれが qubit の位相に影響を与えてしまう。しかし一度  $\pi$  パルスを含むことで、 $\pi$  パルス前の時間発展と  $\pi$  パルス後の時間発展がちょうどキャンセルし、不純物の影響が最終的な位相から消えるのである。もちろん、これは同時に時間依存しないシグナルもキャンセルしてしまう。しかし、シグナル磁場がたまたまちょうどよい周波数を持っていて、 $\pi$  パルス前後で都合よくシグナル磁場の符号がひっくり返る場合には、シグナルはきちんと足し上がる一方でノイズだけをキャンセルすることができる。この方法により緩和時間 ( $T_2$ ) を延ばすことができ、特定の周波数領域での感度を上げることができる。このようなテクニックは一般に dynamical decoupling と呼ばれており、スピンエコーはその最も簡単な例である。

### Rabi 共鳴

なんらかの振動外場が qubit に (7) のように作用しているとしよう。この外場の振動数が qubit のエネルギー差  $\omega_0$  に非常に近い場合、Rabi 振動が引き起こされる。

始状態が  $|0\rangle$  で外場が弱い極限 ( $gt/2 \ll 1$ ) での励起確率は, (9) から

$$P_{0 \rightarrow 1} \simeq \frac{g^2 t^2}{4} \quad (16)$$

となる。時間  $t$  は外場のコヒーレント時間もしくは qubit の緩和時間  $T$  で制限されることになる。次節で見るダークマター探索の提案の多くは, ダークマター質量が  $\omega_0$  に非常に近く, Rabi 共鳴を起こすことを想定している。もちろんこの場合は,  $\omega_0$  の値を変えることでダークマター質量をスキャンする必要がある。したがって  $\omega_0$  の値が実験的にどの程度可変か, というのが具体的なセットアップを考える上での重要な判断基準になる。

### 3 Qubit を用いたダークマター探索

それではここまでに述べた qubit の性質をもとに, qubit を利用したダークマター探索の試みについて解説しよう。こうしたアイデアは近年になって出現したものであり, 理論・実験ともにこれからも様々な進歩が予想される。あくまでも原稿執筆時点でのまとめである。

#### 3.1 ダークマターと qubit

既に述べたように, 軽いボゾンダークマターは古典的な波のように振る舞う。スカラー場の場合を考えると, 地球近傍での振る舞いは

$$\phi(t) \simeq \phi_0 \cos(mt + m\vec{v} \cdot \vec{x}), \quad \phi_0 = \sqrt{2\rho_{\text{DM}}/m^2} \quad (17)$$

のように記述される ( $m$  はダークマターの質量)。ダークマターは  $v \sim 10^{-3}$  程度の速度分散を持つと考えられており, ダークマターのコヒーレンス時間は  $\tau_{\text{DM}} \sim (mv^2)^{-1} \sim 7 \text{ sec } (10^{-10} \text{ eV}/m)$  程度となる。すなわち,  $\tau_{\text{DM}}$  程度の時間内であれば  $\cos(mt)$  のように綺麗な正弦波として振る舞うが, それ以上の時間では位相がランダムに変化するものと思っておけばよい。また, (17) と同じことであるが, ダークマターがダークフォトンの場合には, 実効的な「電場」 $\vec{E}^{(\text{DM})}(t) = -\dot{\vec{H}}(t)$  を使って表現することもある:

$$\vec{E}^{(\text{DM})}(t) = \sqrt{2\rho_{\text{DM}}} \cos(mt + m\vec{v} \cdot \vec{x}) \vec{e}. \quad (18)$$

ここで  $\vec{e}$  はダークフォトンの偏極を表す単位ベクトル。

このようにダークマターは振動する波として振る舞うので, もしダークマターと qubit がなんらかの相互作用を持てば, そのハミルトニアンは一般に (7) の形に書くことができる。このような項が qubit に与える影響は前節で説明した通りである。もしダークマターの質量が qubit のエネルギーギャップ  $\omega_0$  に等しければ, ダー

クマターによって Rabi 振動が誘起される。励起確率は (16) で与えた通りであり, この励起された qubit 状態を測定すればよい。原理としては電磁波により誘起される Rabi 振動と同じであるが, 当然ダークマターの場合は結合定数  $g_i$  が非常に小さい。これは Rabi 振動が非常に長い時間スケールで起きることを意味しており, 実際には種々の decoherence の効果により励起率は制限されるので, 小さなシグナルを探索する必要がある。

Rabi 振動は  $m \simeq \omega_0$  のときに起こる共鳴現象であり, 感度はよいが, 探索できるダークマターの質量範囲は非常に狭い。そのため, 広い質量領域を探索するには  $\omega_0$  をなんらかの方法で少しずつ変えていく必要がある。一方, 前節の Ramsey 干渉のプロトコルを使えば, 非常にゆっくり振動する外場の影響を測定することができる。この場合は qubit の  $\omega_0$  よりも遥かに低い質量のダークマターを一度に探索することができる。

以下では, 様々な面で研究が進んでいる qubit の例として NV 中心, 超伝導回路, イオントラップ, リュードベリ原子を取り上げ, さらにそれを用いたダークマター探索のアイデアを簡単に紹介する。

#### 3.2 Qubit によるダークマター探索手法

##### ダイヤモンド NV 中心

ダイヤモンドの中の隣り合う炭素原子が窒素原子と空孔で置き換わった格子欠陥のことを Nitrogen-Vacancy center (NV 中心) と呼ぶ。この領域に, 空孔と隣接する炭素原子から 3 つの電子, 窒素原子から 2 つの電子が集まると電荷ゼロの NV 中心 ( $\text{NV}^0$ ) になるが, さらに電子を 1 つ捕獲しやすい性質があり, このとき負に帯電した NV 中心 ( $\text{NV}^-$ ) となる。以降, NV 中心とは  $\text{NV}^-$  を指すものとする。この NV 中心に存在する電子のスピン状態が qubit と同定される。

NV 中心の領域のエネルギー準位の構造について, もう少し詳細を述べておこう。NV 中心まわりの 3 つの炭素原子, 1 つの窒素原子からそれぞれ 1 つずつ, 計 4 つの  $\text{sp}^3$  混成軌道の寄与があり, 軌道状態を求めるには  $4 \times 4$  行列のハミルトニアンを対角化化する必要がある。3 つの炭素原子を入れ替える対称性 (点群  $C_{3v}$  に対応) があることに注意すると, 固有状態は  $C_{3v}$  の既約表現 (2 つの 1 次元表現と 1 つの 2 次元表現) で分類できる。このうち 2 次元表現が最も高いエネルギー準位になるのだが, これは 2 次元表現なので二重縮退している。これらの軌道に 6 個の電子を下から順に埋めていくと, 最後の 2 つの電子は二重縮退した軌道に入ることになる。軌道が縮退しているので, この 2 つの電子は (排他率と矛盾することなく) スピン 3 重項を組むことが許され, 実



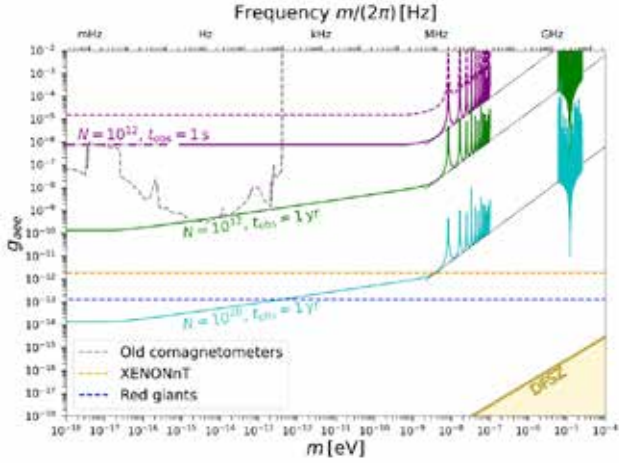


図 3: NV 中心によるアキシオン-電子結合に対する感度の見積もり [3]。NV 中心の数  $N$  と観測時間  $t_{\text{obs}}$  について適当な値を設定した。点線は他の実験からの上限。

際これが基底状態となる。このようにして、NV 中心にはスピン 3 重項の電子が存在するのである。

NV 中心の qubit の起源は電子スピンであるので、磁場と (13) の結合を持つ。Ramsey 干渉やスピンエコーのプロトコルを用いることで、NV 中心は磁場センサーとして優れた性能を持つことが実証されている。一方、アキシオンと qubit との結合は (2) から

$$H_1 = \frac{g_e}{m_e} \vec{\nabla} \phi \cdot \vec{\sigma} \simeq \frac{g_e \sqrt{2\rho_{\text{DM}}}}{m_e} \cos(mt) \vec{v} \cdot \vec{\sigma} \quad (19)$$

となる。これを見るとアキシオン（の勾配）が実効的に磁場のように振る舞うこと、したがって NV 中心がアキシオンに対しても感度を持つことがわかる。NV 中心の場合  $\omega_0 \simeq 2\pi \times 2.87 \text{ GHz} \simeq 10^{-5} \text{ eV}$  であり、この質量領域のアキシオンが Rabi 振動を引き起こす他、Ramsey 干渉を利用することでこれよりもずっと低い質量領域のアキシオンも探査可能である [3]。Ramsey 干渉を利用する場合、 $\tau$  としては qubit の緩和時間程度に選ぶことで感度を最大化できる。ダークマターの質量が  $10^{-8} \text{ eV}$  程度以上になると、時間  $\tau$  の間にダークマターが振動するのでシグナルのキャンセルが起こってしまう。こうしてアキシオン-電子結合定数  $g_e$  に対する予想感度を見積もった結果が図 3 である。

また窒素原子は核スピンを持ち、この核スピンも qubit として利用できる。アキシオンダークマターは核子との結合を通じて核スピン qubit の状態変化を引き起こし、核スピンの状態は電子スピンとの超微細結合を通して読み出すことができる。このことから、NV 中心はアキシオン-核子結合にも感度を持つ [4]。

なお、NV 中心は高感度磁場センサーとしては室温でも動作するのが魅力の一つであるが、ダークマター探査の観点からは温度を下げて緩和時間をできるだけ延ばす方が有利である。現在、QUP/KEK ではこのアイデア

の実証に向けて、低温かつ NV 中心のアンサンブル系を用いた実験を準備中である。

## 超伝導回路

超伝導回路の量子系を理解するには、まず一般的な LC 回路から始めるのがよいだろう。LC 回路はインダクタンス  $L$  のコイルと静電容量  $C$  のキャパシタを繋いだものである。このとき、回路を流れる電流は時間的に振動し、その共振振動数は  $\omega_c = 1/\sqrt{LC}$  で与えられる。この系は振動数  $\omega$  の調和振動子とみなすことができ、ハミルトニアン

$$H = \frac{Q^2}{2C} + \frac{\Phi^2}{2L} = \frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2} C \omega_c^2 \Phi^2 \quad (20)$$

で記述することができる（ $\Phi$  はコイルを貫くフラックス）。電流が微小な極限では量子力学的な調和振動子とみなすことができ、よく知られているようにエネルギー準位は  $E = \omega_c(n + \frac{1}{2})$  のように離散化される。たとえば  $n = 0$  と  $n = 1$  の 2 状態を qubit と同定すればよい。

ただしこのままでは他のエネルギー準位差も全て等しいため、特定の 2 状態だけを取り出すのが難しい。そこで、インダクタンスの部分をジョセフソン結合で置き換えよう。ジョセフソン結合とは 2 つの超伝導体を薄い絶縁体などで隔てて弱く結合させたものである。2 つの超伝導体のクーパー波動関数の位相差を  $\theta$  とすると、この部分には  $J$  をある定数として  $J \sin \theta$  の電流が流れることが知られており、またこの部分には  $V = \dot{\theta}/(2e)$  の電圧が生じる。したがってキャパシタにつなぐと  $\dot{Q} = C\dot{V} = J \sin \theta$  より、 $|\theta| \ll 1$  では  $\omega_c^2 = J/Z$  ( $Z = C/(2e)^2$ ) の振動電流が回路に流れる。この系はハミルトニアン

$$H = \frac{Q^2}{2C} - J \cos \theta \simeq \frac{p_\theta^2}{2Z} + \frac{1}{2} Z \omega_c^2 \theta^2 \quad (21)$$

で記述される。ここで  $p_\theta = Z\dot{\theta}$  は  $\theta$  の共役運動量であり、調和振動子の量子論と同じ手続きで量子化できる。ただし今の場合、調和振動子ポテンシャルに対して非線形項の補正があることに注意しよう。このおかげで、エネルギー準位差は等間隔でなくなる。このようにして、基底状態と第一励起状態の 2 状態系を qubit と同定したものが超伝導 qubit である。

では超伝導 qubit とダークフォトンの相互作用を考えよう。ダークフォトンを実効的に大体電場のように振る舞うので、キャパシタの電荷  $Q$  と結合する：

$$H_1 = \epsilon E_z^{(\text{DM})} Q d \simeq \sqrt{\frac{C \omega_c}{2}} d \epsilon E_z^{(\text{DM})} \sigma_y. \quad (22)$$

ここで  $d$  はキャパシタの電極板間の距離である。2 つ目の等式では、調和振動子との類推から演算子  $Q$  が  $Q = -i\sqrt{\frac{C \omega_c}{2}} (\hat{a} - \hat{a}^\dagger)$  と表されることが、さらに  $\hat{a} = |0\rangle\langle 1|$  な

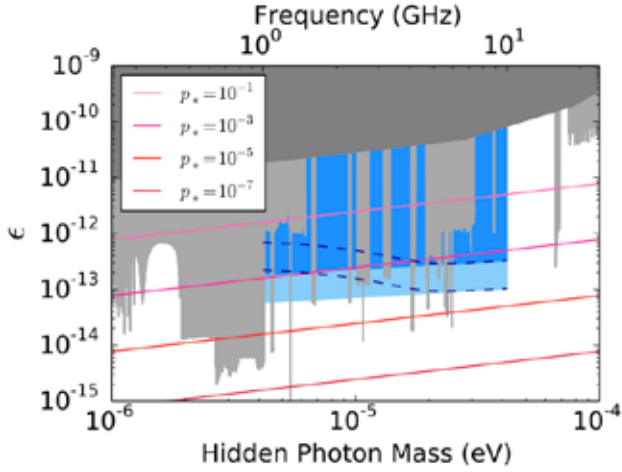


図 4: 超伝導 qubit によるダークフォトンの kinetic mixing に対する感度の見積もり (青い領域) [5]。灰色の領域は他の実験からの制限。

どとして行列表記すると  $-i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger) = \sigma_y$  になることを使った。これは (7) と同じ形であるので、 $m \simeq \omega_c$  のとき前節の Rabi 振動の計算がそのまま使える。すなわち、ダークフォトンによる励起確率は (16) となる。あとは qubit の緩和時間の具体的な値を入れ、ノイズとの比較をすれば、kinetic mixing  $\epsilon$  に関する感度が推定できる。感度の見積もりの結果を図 4 に示した [5]。これの実現に向けて、東京大、京都大、理研、QUP/KEK のメンバーによる DarQ 実験が立ち上がっている。

## イオントラップ

電場・磁場を組み合わせるイオンを特定の領域に捕捉したとしよう。イオンをトラップする手法としては Paul トラップや Penning トラップといった手法が知られている。このポテンシャル中のイオンの運動を記述する実効的なハミルトニアンは

$$H = \sum_{i=x,y,z} \left( \frac{p_i^2}{2M} + \frac{1}{2} M \omega_i^2 x_i^2 \right) \quad (23)$$

となり、エネルギー準位は調和振動子の量子論にしたがって量子化される。通常は、ある一つの軸 ( $z$  軸とする) についてポテンシャルは弱く ( $\omega_z \ll \omega_x, \omega_y$ )、基底状態と第一励起状態のエネルギー差は  $\omega_z$  である。典型的には  $\omega_z \sim 10^{-9}$  eV 程度となっている。固体中の格子振動モードとの類推から、このモードはフォノンと呼ばれることもある。この場合は 0 フォノン状態と 1 フォノン状態の 2 状態系が qubit となる。

イオンは電荷を持っているので、ダークフォトンとの結合は簡単に表せる。量子力学で  $z = (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)/\sqrt{2M\omega_z} =$

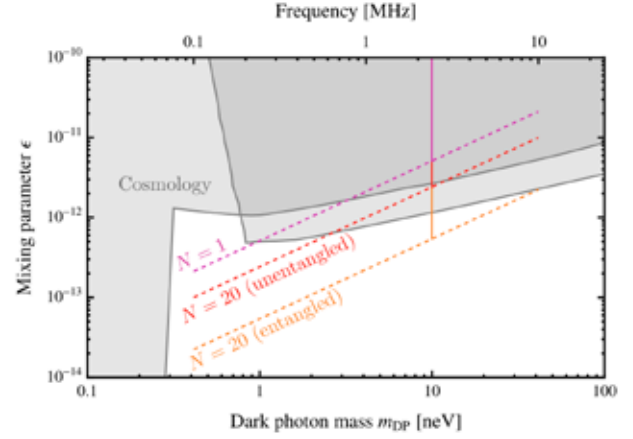


図 5: イオントラップによるダークフォトンの kinetic mixing に対する感度の見積もり (点線) [6]。灰色の領域は他の実験からの制限。

$\sigma_x/\sqrt{2M\omega_z}$  と書けたことを思い出すと

$$H_1 = \epsilon e E_z^{(\text{DM})}(t) z = \frac{\epsilon e E_z^{(\text{DM})}(t)}{\sqrt{2M\omega_z}} \sigma_x \quad (24)$$

となる。やはりこれは (7) と同じ形であるので、前節の Rabi 振動の計算がそのまま使える。このセットアップにおけるダークフォトンに対する感度の見積もりは [6] で与えられており (図 5)、neV 程度の軽い質量領域に感度があるのが特徴である。

## リュードベリ原子

リュードベリ原子とは、最外殻電子が高い励起状態 (すなわち主量子数  $n$  の大きい状態) にある原子のことである。最外殻電子からは軌道の中心付近に  $+1$  の電荷があるように見えるので<sup>7</sup>、軌道半径は大体  $r \sim n^2 a_B$  程度、束縛エネルギーは  $E_{\text{Ry}}/n^2$  程度、エネルギー準位差は  $2E_{\text{Ry}}/n^3$  程度になる ( $a_B \simeq 5 \times 10^{-11}$  m は Bohr 半径、 $E_{\text{Ry}} = 13.6$  eV は水素原子のイオン化エネルギー)。たとえば  $n = 100$  だと軌道半径は  $\mu\text{m}$  のスケール、エネルギー準位差は meV のスケールになる。こうしたリュードベリ状態のうち適当な近接した 2 つの状態を  $|0\rangle, |1\rangle$  と表しこれを qubit とみなそう。リュードベリ状態は長い寿命と大きな半径、それに伴う比較的大きな原子間相互作用を持ち、量子コンピュータへの応用も研究されている。代表的なものとしては Rb などのアルカリ原子の他、最外殻電子が 2 つあるアルカリ土類 (様) 原子 (Yb など) が挙げられる。

ではダークフォトンと qubit の相互作用を考えよう。今の場合 qubit の正体は電子状態なので、ダークフォト

<sup>7</sup> 最外殻電子の軌道角運動量が小さいときは、内殻電子の分布のより詳細な情報も必要になる。この効果も考慮し、実効的な主量子数を  $n^* = n - \delta_l$  で定義する。 $\delta_l$  は軌道角運動量  $l$  に依存する定数で quantum defect と呼ばれる。

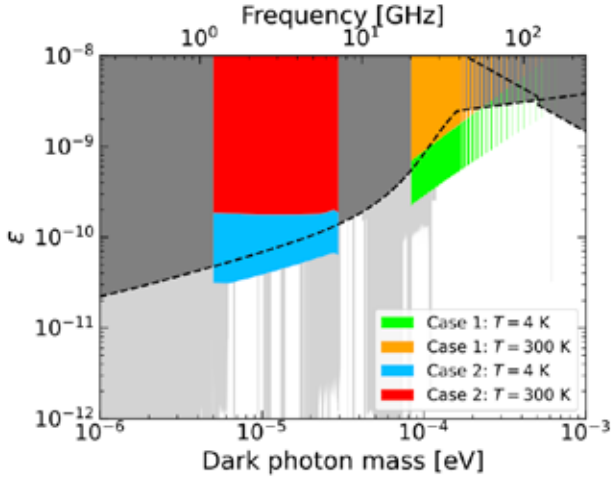


図 6: リュードベリ原子によるダークフォトンの kinetic mixing に対する感度の見積もり (Case1-2 と示された領域) [7]。灰色の領域は他の実験からの制限。

ン電場と電子の相互作用ハミルトニアンは単純に次のように書ける：

$$H_1 = ee\vec{E}^{(\text{DM})}(t) \cdot \vec{r} = ee\vec{E}^{(\text{DM})}(t) \cdot (\vec{r}_{10}\sigma_+ + \text{h.c.}).$$

ここで  $\vec{r}$  は電子の位置演算子で、遷移確率は行列要素  $\vec{r}_{10} \equiv \langle 1|\vec{r}|0\rangle$  の 2 乗に比例する。リュードベリ原子のような主量子数の大きな原子ではこの行列要素が大きくなるのがメリットである。具体的な数値を求めるには、始状態と終状態の波動関数を数値的に求めて積分する必要がある。この相互作用ハミルトニアンもやはり (7) の形をしているので、同じように励起確率を求めることができる。図 6 にダークフォトンに対する感度を示す。ここではリュードベリ状態にある  $10^3$  個の Yb 原子を光ピンセットでトラップするセットアップを想定している<sup>8</sup>。

## 4 量子エンタングルメント

Qubit はもちろんそれ自体量子論的な対象であるが、実はここまでは「量子」の本質的な部分にはあまり踏み込んでこなかった。本節ではエンタングル状態を用いて感度を向上させる試みについて、少しだけ触れておこう。

エンタングル状態とは、簡単に言うと  $|\psi\rangle = |\psi\rangle_A \otimes |\psi\rangle_B$  のように部分系の状態の直積に分解できないような状態のことであり、量子論の中でも特に古典的概念からはほど遠い状態と言える。その中でも最もシンプルな Greenberger-Horne-Zelinger (GHZ) 状態を、ここでは

$$|\psi_{\text{GHZ}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |+\rangle^{\otimes L} + |-\rangle^{\otimes L} \right). \quad (25)$$

<sup>8</sup>Yb 原子のように最外殻に 2 電子を含むような原子は、光ピンセットでトラップし易いという利点がある。

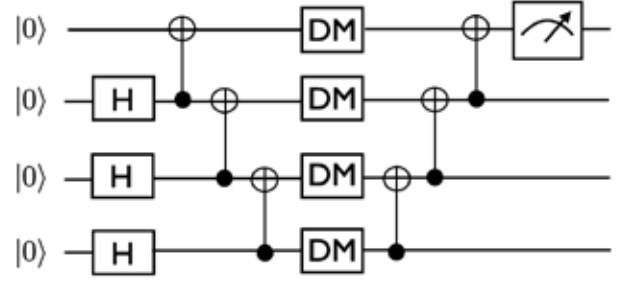


図 7: GHZ 状態を利用したダークマター測定のための量子回路。黒丸と  $\oplus$  を繋ぐ線が CNOT ゲートで、黒丸側が補助 qubit、 $\oplus$  側が target qubit を表す。H は Hadamard ゲート、DM はダークマターによる状態の発展を表す [8]。

と定義する。ここで  $|\pm\rangle^{\otimes L}$  は  $L$  個の qubit の  $|\pm\rangle$  状態の直積を表す。この GHZ 状態は Hadamard ゲートと CNOT ゲートの組み合わせにより生成することができる。 $L = 4$  の場合の量子回路を図 7 に示した。

量子センシングの観点からは、GHZ 状態を利用する利点は (一見) 明白である。この GHZ 状態に対してダークマターによる Rabi 振動が作用したとすると、

$$|\psi_{\text{GHZ}}\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left( e^{iL\phi} |+\rangle^{\otimes L} + e^{-iL\phi} |-\rangle^{\otimes L} \right) \quad (26)$$

となり、位相変化が個別の qubit の場合に比べて  $L$  倍になる ( $\phi = gt/2$ )。ここで (9) から、Rabi 振動による時間発展が  $|+\rangle \rightarrow e^{i\phi} |+\rangle$ ,  $|-\rangle \rightarrow e^{-i\phi} |-\rangle$  となることを使った。この位相を読み出すため、図 7 の後半のゲート操作をしよう。その結果、状態は

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [\cos(L\phi) |0\rangle + i \sin(L\phi) |1\rangle] \otimes |+\rangle^{\otimes L-1}$$

となり、位相  $L\phi$  の影響が一つ目の qubit に渡された。あとはこの qubit の励起確率を調べれば良い。

$$P_{0 \rightarrow 1} = \sin^2(L\phi) \sim (L\phi)^2. \quad (27)$$

こうして、qubit の数  $L$  に対して  $L^2$  のエンハンスが得られた。もしエンタングルしていない  $L$  個の qubit を使った場合は、せいぜい  $L$  倍のエンハンスしか得られない。したがって、エンタングル状態を使うことでダークマターの結合定数に関する検出感度も (非エンタングル状態に比べて)  $\sqrt{L}$  倍になることが期待される。

ところが、話はそう単純ではない。一般にエンタングル状態はノイズに弱いことが知られている。ノイズの種類にもよるが、個別の qubit の緩和時間を  $T$  とすると、エンタングル状態の緩和時間は  $\tau_{\text{GHZ}} = T/L$  程度になってしまう。すると、実際には (27) の  $\phi$  は個別の qubit の場合の位相の  $1/L$  倍になり、 $L$  の依存性は消えてしまう。これが観測時間  $t = \tau_{\text{GHZ}}$  の 1 回の測定の結果である。一方、この 1 回の観測時間は  $1/L$  だけ短



いで、同じ総観測時間  $t_{\text{obs}}$  を仮定したとすると、個別の qubit の場合に比べて  $L$  倍の回数の測定が可能である。結局、実効的な励起確率は  $P_{0 \rightarrow 1} \sim L\phi^2$  となり、個別の qubit が  $L$  個ある場合と変わらない。したがってダークマターの結合定数に対する検出感度も変わらない。このままではエンタングル状態を使うメリットがないように思われる<sup>9</sup>。

幸いなことに、実はダークマター探索の観点からは、エンタングル状態を使うメリットが大いにあることを発見した [9]。ダークマター探索では、ダークマターの質量が分からないため、測定周波数（今の場合は qubit のエネルギー準位差）を広範囲でスキャンする必要がある。このときの共鳴周波数の幅は qubit の緩和時間で決まっている。つまり、個別の qubit を利用した場合、一度に探索できるダークマターの質量範囲は  $\Delta m \sim T^{-1}$  であるのに対し、エンタングル状態を利用すると  $\Delta m \sim \tau_{\text{GHZ}}^{-1} \sim LT^{-1}$  となり、 $L$  倍広い質量領域を探索できることになる。（このことは、エネルギーと時間の不確定性関係からも理解できるであろう。）観測時間を固定したときにダークマターの結合定数に対する感度が同程度であるのは上に書いた通りだが、エンタングル状態を使うことでより広い質量領域をスキャンできるのである。多くのダークマターの検出実験では、質量（周波数）のスキャンに大きな時間がかかることがネックになっているが、多数の qubit のエンタングル状態を利用することができれば大幅にスキャン時間を短縮できる可能性がある。

## 5 おわりに

量子情報、量子コンピュータ、量子センシングなど、最近の「量子」への関心の高まりは目を見張るものがある。これまでに、量子情報と量子重力の関連性や、量子コンピュータを使った場の理論のシミュレーションの試みなど、量子分野と素粒子分野の交流は多くの発展をもたらしてきた。しかし、量子システム自体をダークマターの「検出器」として応用するような現象論的研究は最近始まったばかりである。これは新しい見方で、量子コンピュータとしては注目されていない物理系がダークマター検出器としては有用である可能性もあり、探したいダークマターの性質によって最適な物理系の検討が進んでゆくかもしれない。また本稿ではダークマターが直接 qubit を励起する状況を取り扱ったが、ダークマターとの相互作用は別の場所で起こしておいて、その結果生じた光子などのシグナルを検出するのに qubit を利用するといった用途もある [10]。量子分野の発展がダークマター発見のブレークスルーになることを期待したい。

<sup>9</sup>この議論は qubit の緩和時間  $T$  が  $\tau_{\text{DM}}$  よりも短いことを仮定している。逆の場合は、(27) のエンハンスが確かに得られる。

**謝辞** 本稿の多くの部分は [3, 4, 7, 9] と、これらの論文を書くにあたって学んだり教えて頂いた内容にもとづきます。共同研究者の方々にお礼申し上げます。

## 参考文献

- [1] C. O’Hare, <https://cajohare.github.io/AxionLimits/>
- [2] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, “Quantum Computation and Quantum Information,” Cambridge University Press, 2012.
- [3] S. Chigusa, M. Hazumi, E. D. Herbschleb, N. Mizuochi and K. Nakayama, JHEP **03**, 083 (2025) [arXiv:2302.12756 [hep-ph]]. doi:10.1007/JHEP03(2025)083
- [4] S. Chigusa, M. Hazumi, E. D. Herbschleb, Y. Matsuzaki, N. Mizuochi and K. Nakayama, Phys. Rev. D **111**, no.7, 075028 (2025) [arXiv:2407.07141 [hep-ph]]. doi:10.1103/PhysRevD.111.075028
- [5] S. Chen, H. Fukuda, T. Inada, T. Moroi, T. Nitta and T. Sichanugrist, Phys. Rev. Lett. **131**, no.21, 211001 (2023) [arXiv:2212.03884 [hep-ph]]. doi:10.1103/PhysRevLett.131.211001
- [6] A. Ito, R. Kitano, W. Nakano, R. Takai, JHEP **02**, 124 (2024) [arXiv:2311.11632 [hep-ph]]. doi:10.1007/JHEP02(2024)124
- [7] S. Chigusa, T. Kasamaki, T. Kusano, T. Moroi, K. Nakayama, N. Ozawa, Y. Takahashi, A. Umemoto, A. Vutha, [arXiv:2507.12860 [hep-ph]].
- [8] S. Chen, H. Fukuda, T. Inada, T. Moroi, T. Nitta and T. Sichanugrist, Phys. Rev. Lett. **133**, no.2, 021801 (2024) [arXiv:2311.10413 [hep-ph]]. doi:10.1103/PhysRevLett.133.021801
- [9] T. Sichanugrist, H. Fukuda, T. Moroi, K. Nakayama, S. Chigusa, N. Mizuochi, M. Hazumi, Y. Matsuzaki, Phys. Rev. A **111**, 4, 042605 (2025) [arXiv:2410.21699 [quant-ph]]. doi:10.1103/PhysRevA.111.042605
- [10] A. V. Dixit, S. Chakram, K. He, A. Agrawal, R. K. Naik, D. I. Schuster and A. Chou, Phys. Rev. Lett. **126**, 141302 (2021) [arXiv:2008.12231 [hep-ex]]. doi:10.1103/PhysRevLett.126.141302